メトロノームの同期現象

兵庫県立神戸高等学校　総合理学科2年

メトロノームの同期現象

従来研究

- ラグランジュの運動方程式
- 3つ以上のメトロノームの同期

↓

- 蔵本モデル
  → 同期現象の解明

研究方針

- 実際の実験を撮影
- 蔵本モデルを用いてシュミレーション

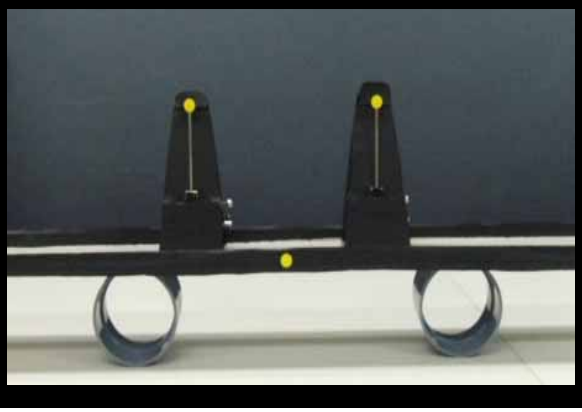
2. 目的

- 実際の実験と数式のシミュレーションによって同期に関する新たな仮説を提唱すること.

3-1. 実験

- 準備物
- 黒色の画用紙
- 蛍光色のマークシール(φ16mm)
- 台板（幅:1200mm，奥行き:300mm，質量:1550g，材質:亜鉛合金）
- メトロノーム（NIKKO metronome Standard）8個
- 呼び径100のパイプの継ぎ手2個（長さ103mm）
- ハイスピードカメラ（CASIO EXILIM-F1）
- カメラスタンド（SLICK社製）

3-1. 実験



3-1. 実験

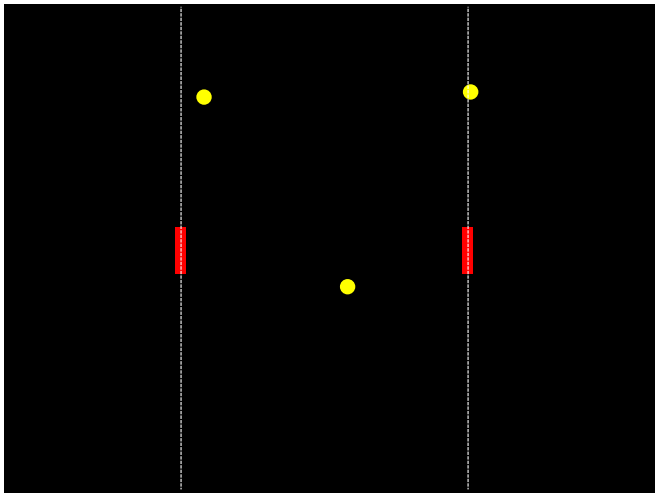
メトロノームの針の座標の変化を確認したい

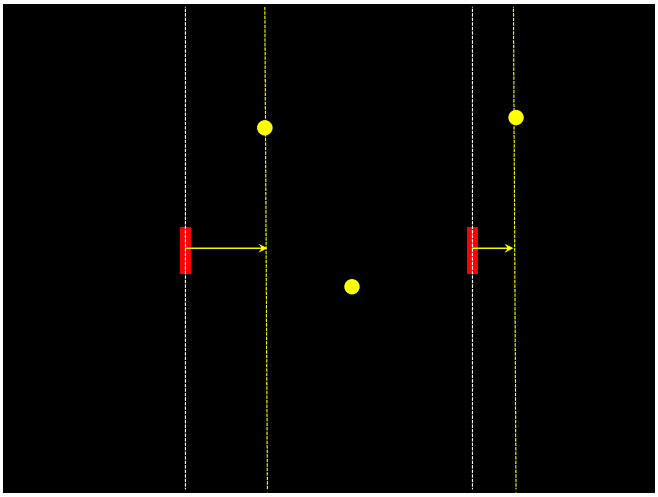
⇒ 針の先を画像解析で抽出する

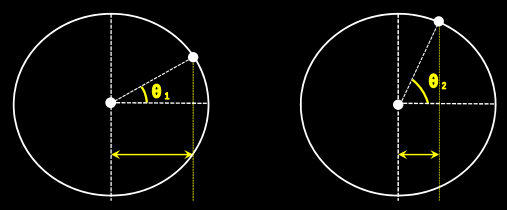
3-1. 実験

・実験方法

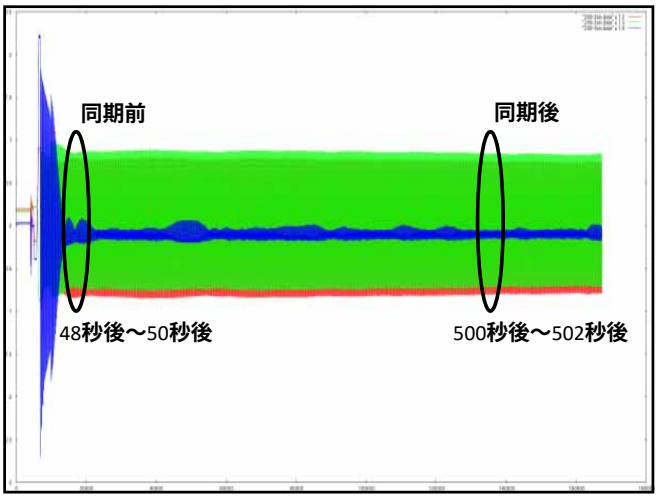
300FPSで撮影
↓
1コマ毎に連続静止画を処理する
↓
メトロノームが同期する過程を時系列でグラフ化する

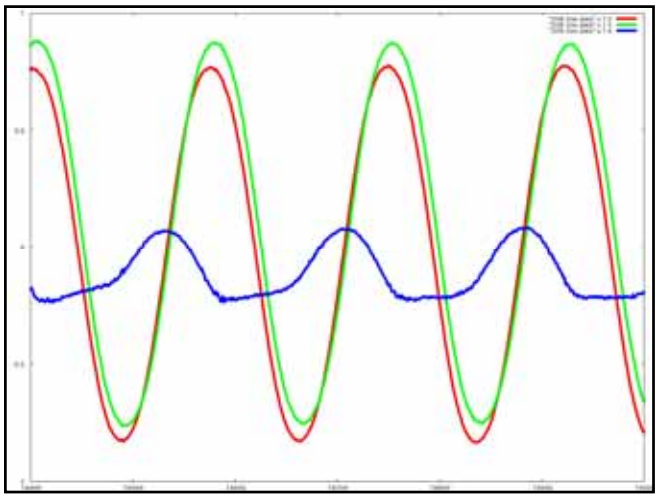


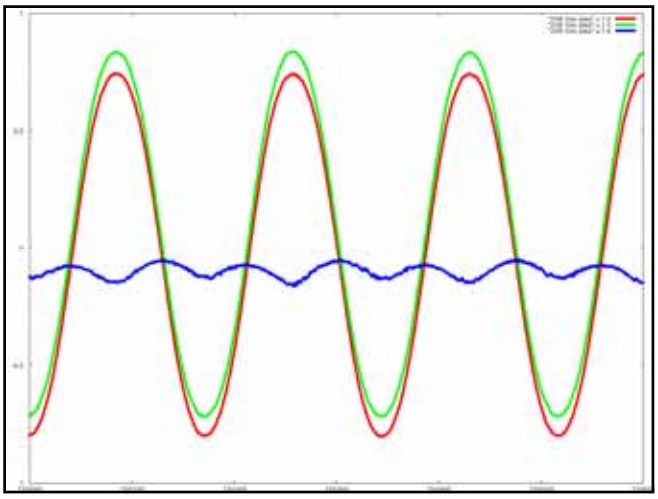




$$d\theta = \theta_1 - \theta_2$$







続いて・・・

・メトロノームの同期現象を
数式を用いたシミュレーションを行う。

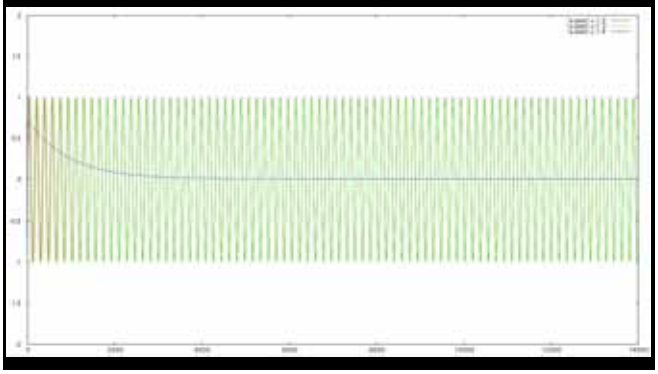
・蔵本モデル

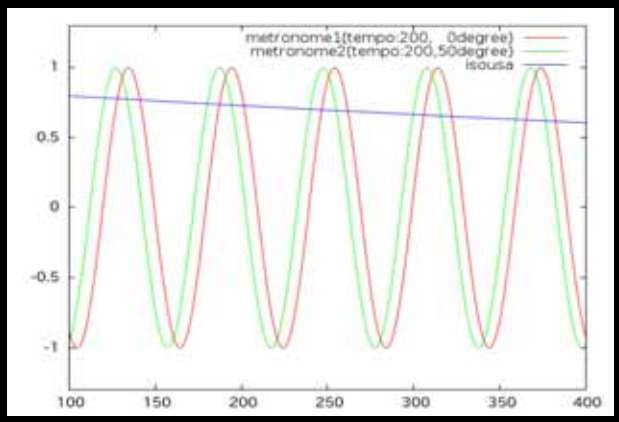
$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 - k \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \qquad \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 - k \cdot \sin(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 - k \cdot sin(\theta_1 - \theta_2) \qquad \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 - k \cdot sin(\theta_2 - \theta_1)$$

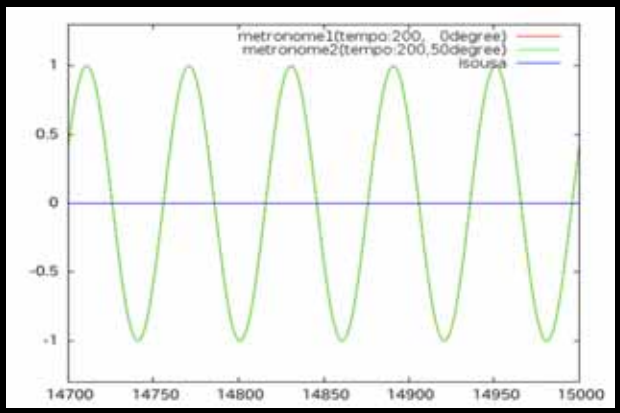
ω_1：メトロノーム1の初期角速度 (tempo) =60π/200
ω_2：メトロノーム2の初期角速度 (tempo) =60π/200
θ_1：メトロノーム1の位相
θ_2：メトロノーム2の位相
k=0.1635
単位時間(dt)：1/1000

シミュレーション結果

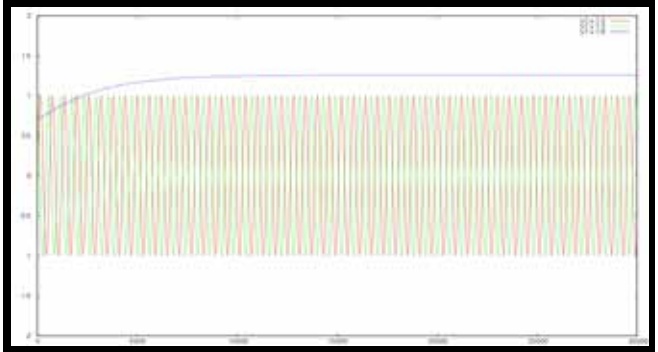




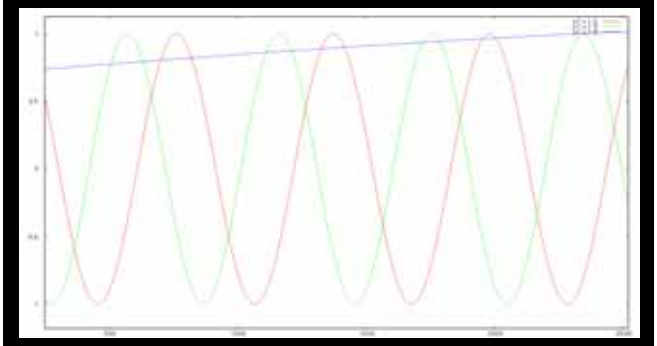
同期すると…



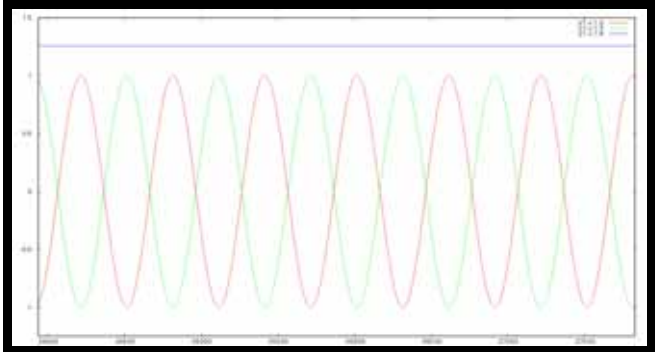
シミュレーション結果



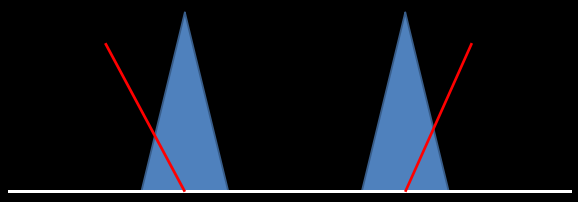
同期前



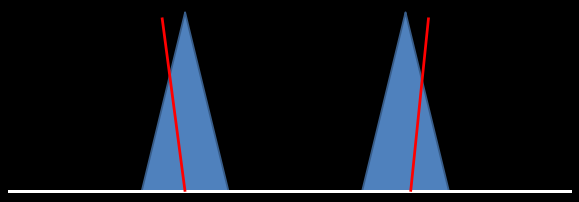
同期後



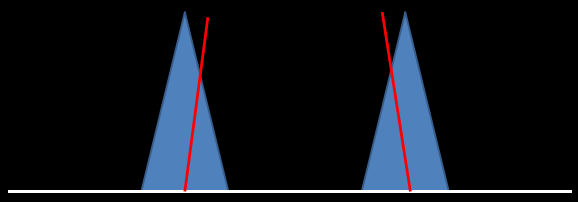
メトロノーム2個
位相差π



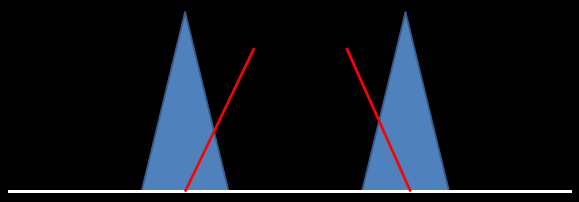
5. 考察



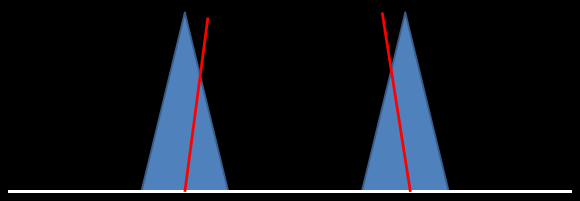
5. 考察



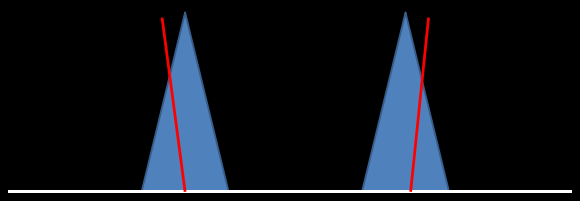
5. 考察



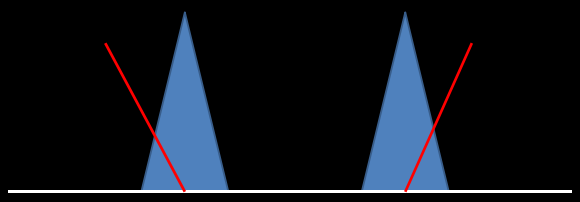
5. 考察



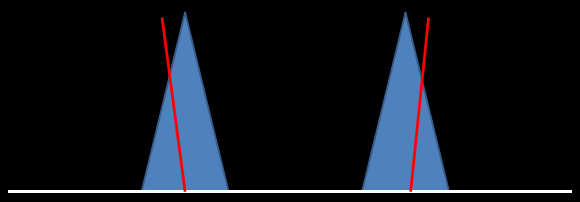
5. 考察



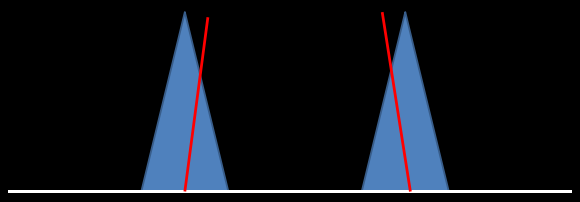
5. 考察



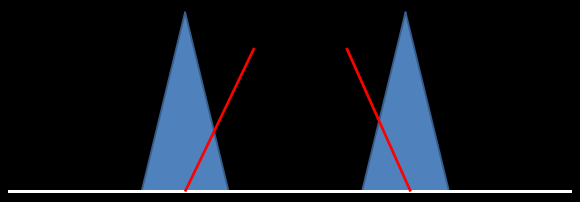
5. 考察



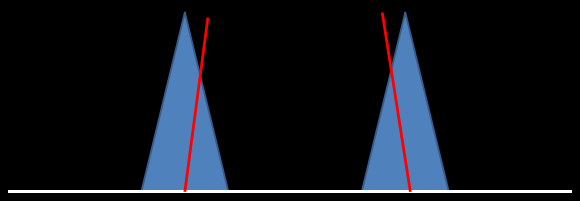
5. 考察



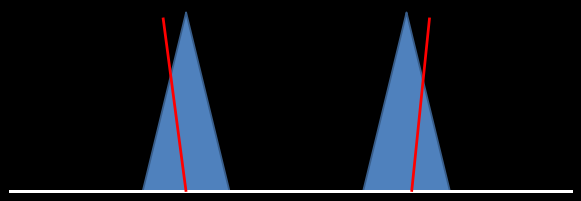
5. 考察



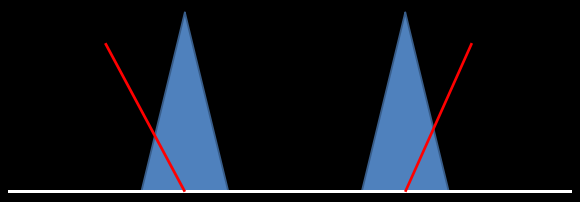
5. 考察



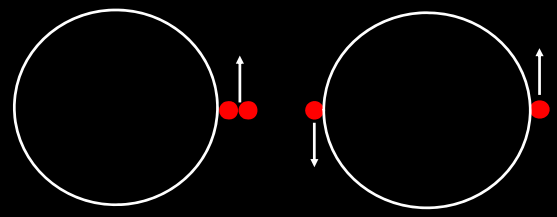
5. 考察



5. 考察



- メトロノーム2個の場合



5. 考察

位相差が0でない値に収束することがある

↓

同期とは、位相差がある値に収束すること！

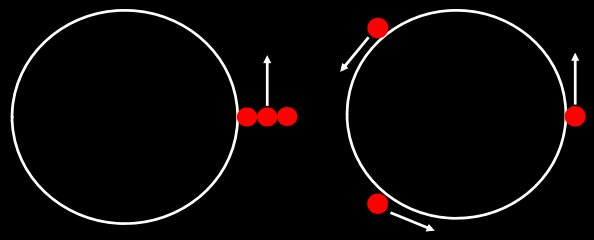
⬇

メトロノームが3個以上のとき

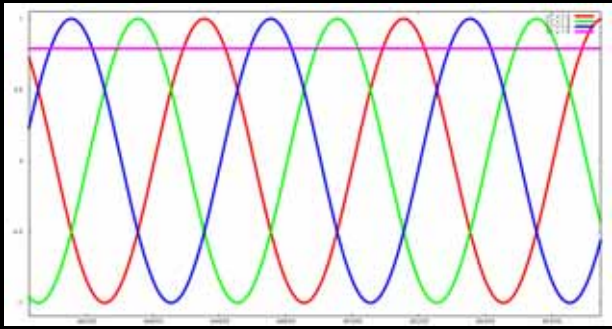
同期パターンが複数存在する…？

5. 考察

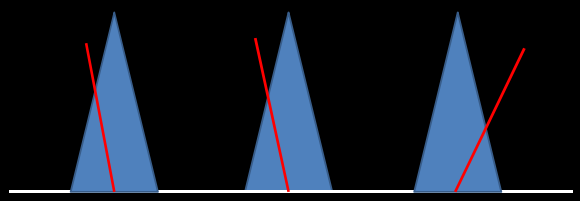
- メトロノーム3個の場合



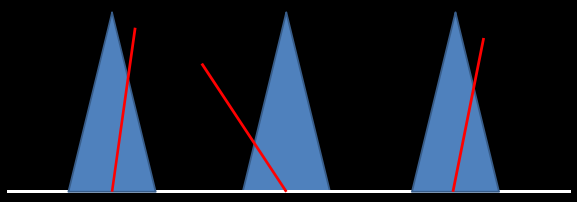
メトロノーム3個の場合



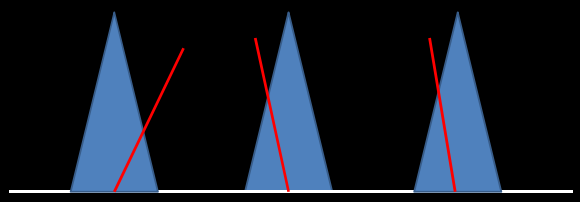
メトロノーム3個
位相差 $\frac{2}{3}\pi$



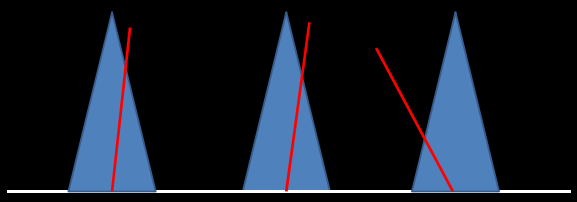
5. 考察



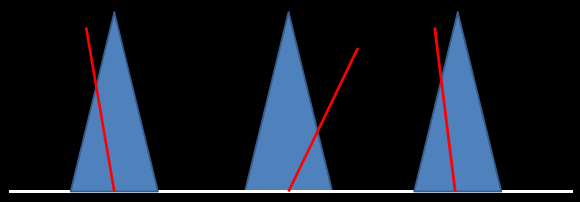
5. 考察



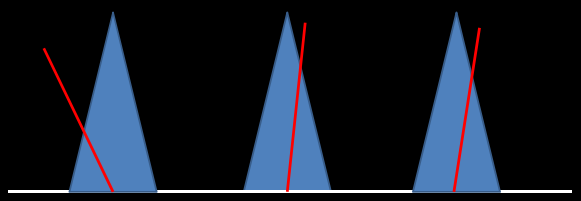
5. 考察



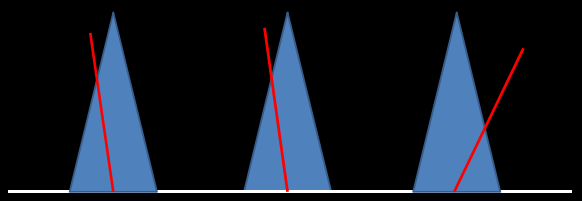
5. 考察



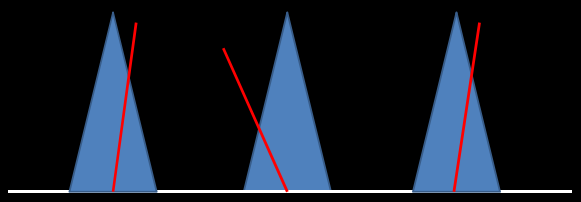
5. 考察



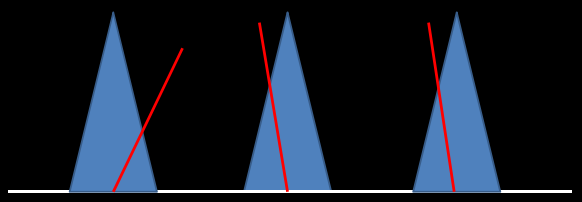
5. 考察



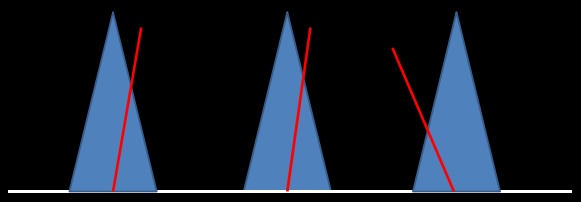
5. 考察



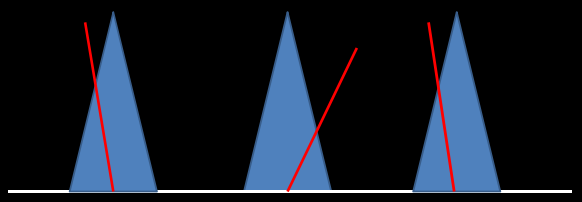
5. 考察



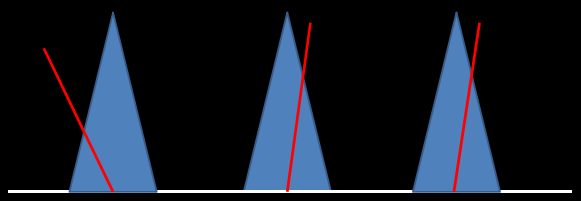
5. 考察



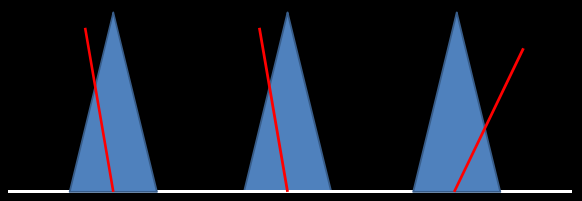
5. 考察



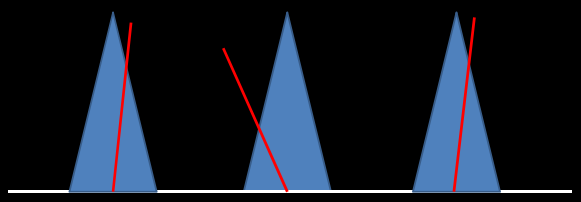
5. 考察



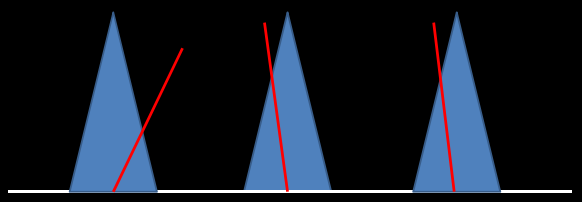
5. 考察



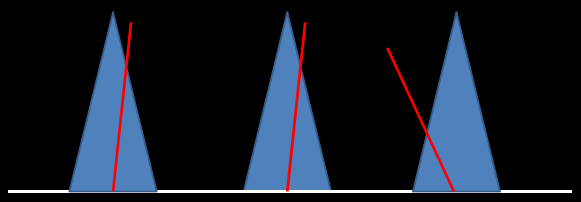
5. 考察



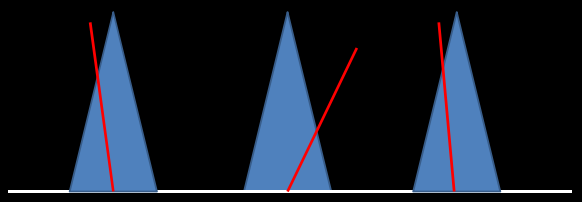
5. 考察



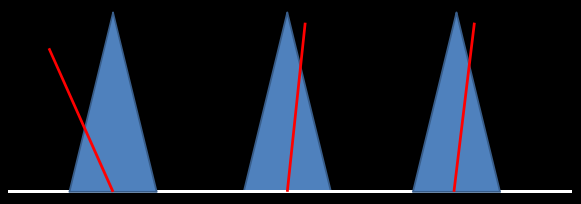
5. 考察



5. 考察

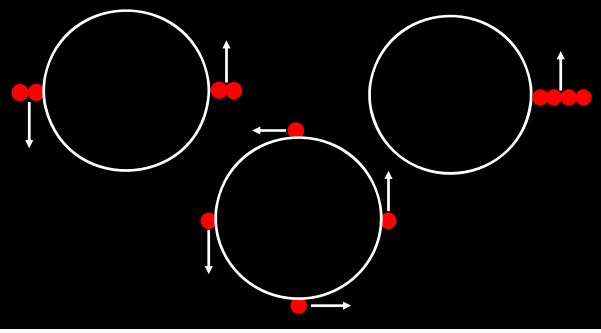


5. 考察



5. 考察

- メトロノーム4個の場合



仮説

個数	同期パターン数
2	2
3	2
4	3
5	2
6	4
⋮	⋮

同期のパターン数
||
メトロノームの個数の約数

6.結論

- 実際の同期現象の解析に成功した
- 数式によるシミュレーションで同期現象を表すことに成功した

7.今後の展望

- メトロノームの個体数と同期パターンの関係
- メトロノーム3個以上での実験

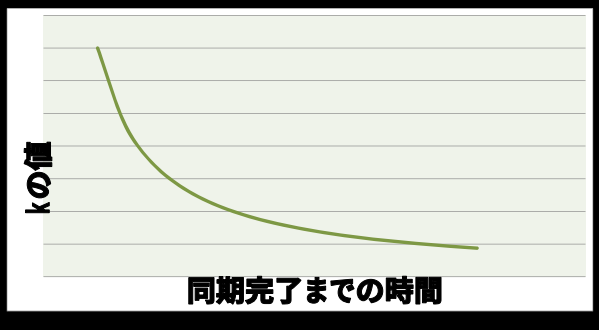
k=0.1635の理由

実際の実験で同期が完了するまでの時間を求める。

*k*の値と同期に要する時間が反比例するという関係を用いてkの値を求めた。

シミュレーションの準備

・同期定数kの導出過程



*k*の理論的導出について

・蔵本モデル $\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 - k \cdot sin(\theta_1 - \theta_2)$ において ,$\frac{d\theta_1}{dt}, \theta_1, \theta_2$を実際の実験より得られた画像より求める.

・ω_1は定数であるので,蔵本モデルにおいて*k*以外の記号は全て既知の値である.よって*k*の一次方程式として*k*の値を計算する.

k　4.56

この値は予想される値と大きくずれた.

理由としては得られた画像から$\frac{d\theta_1}{dt}, \theta_1, \theta_2$を手動で測り出したことが大きな要因と考えられる.