$\boxed{1}$［2019 摂南大］

次の文を読み，次の問いに対する最も適当な答えを，それぞれの解答群から１つ選べ。数値は最も近い値を解答群から選べ。なお，本問で用いる「はかり」とは，機器内部のばねの伸縮により物体の重さを計測することができる機器である。また，水の密度を 1.00×10^3 kg/m^3，重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とする。

〔A〕 図１のように，はかりの上に水を入れた容器をのせたところ，はかりの目盛りは容器と水の質量の合計の 3.00 kg を指し示していた。これに図２のように，体積が 2.00×10^{-5} m^3 で密度が 1.00×10^4 kg/m^3 の金属のかたまりにばねを取りつけて沈めた。容器の底面に固定されたばね定数 2.00×10^2 N/m のばねは，その弾性力によって金属を支えている。ばねの質量は無視できるほど軽く，また，ばねの体積は無視できるほど小さいものとして次の問いに答えよ。

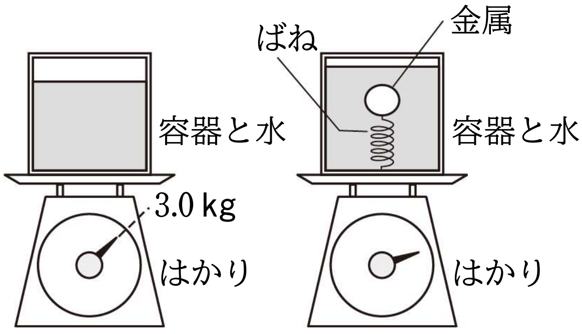


図１　図２

⑴　金属の質量は何 kg か。

解答群

①　0.196　②　0.200　③　0.980　④　1.96　⑤　2.00

⑵　金属にはたらく浮力の大きさは何 N か。

解答群

①　0.166　②　0.176　③　0.186　④　0.196　⑤　0.206

⑶　ばねは自然の長さより何 mm 縮んでいるか。

解答群

①　0.980　②　1.76　③　8.82　④　9.80　⑤　10.8

⑷　容器の底面からばねの下端にはたらく垂直抗力の大きさは何 N か。

解答群

①　0.196　②　0.882　③　1.76　④　1.96　⑤　2.16

⑸　はかりの目盛りは何 kg を指し示しているか。

解答群

①　3.00　②　3.02　③　3.18　④　3.20　⑤　3.22

〔B〕　図 2 の器具をエレベータ内に設置した (図 3)。エレベータは静かに一定の加速度 0.50 m/s^2 で上昇を続けている。次の問いに答えよ。

(6)　金属にはたらく浮力の大きさは何 N か。

解答群

①　0.166　　②　0.176

③　0.186　　④　0.196

⑤　0.206

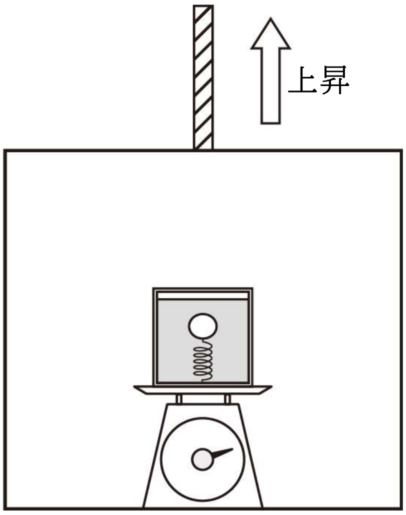


図３

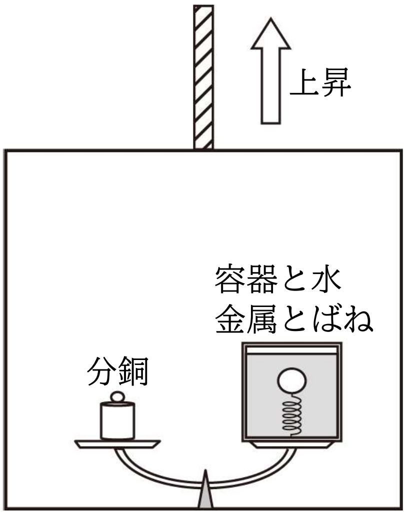


図４

(7)　ばねは自然の長さより何 mm 縮んでいるか。

解答群

①　8.82　　②　9.27　　③　9.33　　④　9.80　　⑤　11.3

(8)　はかりの目盛りは何 kg を指し示しているか。

解答群

①　3.00　　②　3.18　　③　3.20　　④　3.34　　⑤　3.36

〔C〕　〔B〕のとき，はかりをてんびんに交換した (図 4)。エレベータは静かに一定の加速度 0.5 m/s^2 で上昇を続けている。次の問いに答えよ。

(9)　てんびんがつりあうためには，何 kg の分銅が必要か。

解答群

①　3.00　　②　3.18　　③　3.20　　④　3.34　　⑤　3.36

$\boxed{2}$［2021 宮崎大］

次の文章を読み，次の問いに答えよ。ただし，空気抵抗はないものとする。

〔A〕 図1のような，荷物をロープにより斜面にそって巻き上げて，巻き上げた荷物を水平なローラーコンベア(上に積載した荷物を運搬する装置)にのせてかご M，かご N，かご O に選別して投入する装置を設計した。

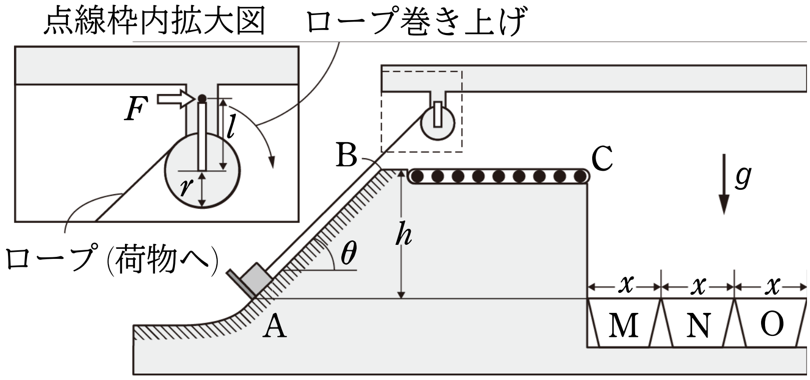


図1 荷物選別装置

点 A に置かれ，ロープが接続された荷物は，天井にある巻き上げ機により巻き上げられる。ロープは半径 r〔m〕であるドラムに巻き取られており，なめらかに回転する巻き上げ機の回転中心から長さ l〔m〕のハンドルを大きさ F〔N〕の力でドラムの円周にそった向きに押して回転させることでドラムがロープを巻き上げる。

なお，荷物の質量はすべて同一で m〔kg〕，点 B より左側の網かけ部はあらく，斜面と荷物の間の静止摩擦係数は μ，動摩擦係数を μ'，点 A から点 B まで荷物が移動する高低差を h〔m〕，点 AB 間の斜面の角度を θ とし，ロープは斜面 AB と平行であり，十分に軽いものとする。また，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

このとき，斜面 AB 上を荷物を巻き上げる作業について考える。

(1) ハンドルを大きさ F の力で押したとき，ロープの張力 T の大きさを表せ。

(2) 力 T の大きさについて，荷物が動きだすための条件を「$T>$」に続けて，m，g，h，μ，μ'，θ のうち必要なものを用いて表せ。

(3) 荷物が点 A から点 B まで一定の張力 T' で移動する間に，巻き上げ機が荷物にした仕事を，T'，h，μ'，θ のうち必要なものを用いて表せ。

(4) 荷物が点 A から点 B まで移動する間に，摩擦力が荷物にした仕事を，m，g，h，μ'，θ のうち必要なものを用いて表せ。

〔B〕 図1において，点 B まで巻き上げられた荷物はいったん静止してロープから切り離され，ローラーコンベア BC 上を直線運動により運搬される。点 C を速さ v〔m/s〕で水平方向に投げ出された荷物は放物運動によりかご M，かご N，かご O のいずれかに投入される。かごは上端が点 C から高低差 h〔m〕の位置にあり，開口部の大きさは x〔m〕で荷物をかごに支障なく投入できる程度に大きい。また，かごはすき間なく並んでおり，外枠の厚みはないものとする。荷物がちょうどかごの境界に落下すること，落下した荷物がはね返ることは考慮しないものとする。

(1) 荷物が点 C から高さ h だけ落下し，かごの上端を通過するまでの時間 t〔s〕を，m，g，h，x のうち必要なものを用いて表せ。

(2) 荷物がかご N に投入されるための速さ v の条件を，m，g，h，x のうち必要なものを用いて表せ。

〔C〕　ロープが切れたときに荷物が斜面をすべり落ちて周囲に激突しないよう，図 2 に示すとおり斜面 AB となめらかに接続する水平面 DE 上にばね定数が k〔N/m〕であるばねと，それに連結された板 X による衝撃吸収装置をつくった。斜面および接続する曲面からなる DAB は研磨してなめらかな面とし，水平面 DE と荷物の間の動摩擦係数は μ'，DE と板 X との摩擦はないものとする。

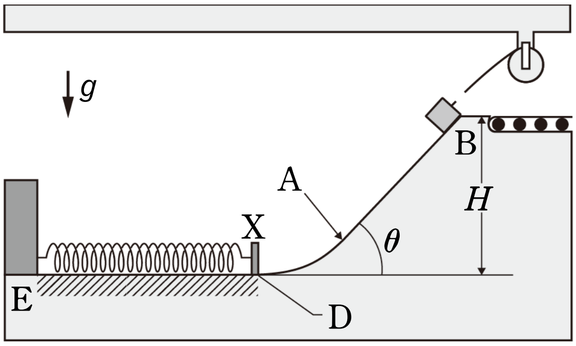


図 2　ばねによる衝撃吸収装置

板 X およびばねの質量は無視できる程度に小さく，ばねは荷物を受けとめるのに十分な長さがある。点 B から水平面 DE までの高さを H〔m〕，ばねが自然の長さのときの板 X は点 D にあるものとする。なお，ロープが点 B で切れ，荷物がすべり始めたときの荷物の初速を 0 とする場合を考える。

(1)　荷物が板 X に衝突し，連結されたばねが y〔m〕縮んだときに荷物がもつ運動エネルギーを，m，g，H，μ'，θ，k，y のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　ばねが荷物を受けとめたときのばねの縮み y の最大値を，m，g，H，μ'，θ，k のうち必要なものを用いて表せ。

$\boxed{1}$［2019 摂南大］

〔A〕(1)　金属の質量を m〔kg〕とする。密度の式「$\rho=\dfrac{m}{V}$」より

$$1.00\times10^{4}=\frac{m}{2.00\times10^{-5}} \qquad m=2.00\times10^{-1}=0.200\ \mathrm{kg}\quad\cdots\cdots ②$$

(2)　浮力の式「$F=\rho Vg$」で ρ に水の密度，V に金属の体積を代入する。

$$F_{浮力}=1.00\times10^{3}\times2.00\times10^{-5}\times9.80=0.196\ \mathrm{N}\quad\cdots\cdots ④$$

(3)　金属にはたらく力は図 a となる。重力の式「$W=mg$」に (1) の m を代入し，フックの法則「$F=kx$」および (2) の浮力 $F_{浮力}$ を用いて，金属について力のつりあいの式を立てる。求める縮みを x〔m〕とすると

図 a

$$F_{浮力}+kx-mg=0$$
$$0.196+2.00\times10^{2}\times x-0.200\times9.80=0$$
$$x=\frac{1.96-0.196}{200}=0.00882\ \mathrm{m}\ =8.82\ \mathrm{mm}\quad\cdots\cdots ③$$

(4)　容器の底面からばねの下端にはたらく垂直抗力は，ばねが底面を押す力の反作用で，フックの法則「$F=kx$」に等しい (図 b)。

$$F=kx$$
$$=2.00\times10^{2}\times0.00882$$
$$\fallingdotseq1.76\ \mathrm{N}\quad\cdots\cdots ③$$

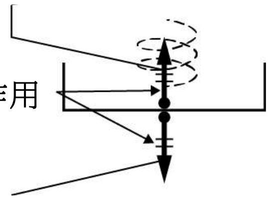


図 b

(5)　容器と水 (金属とばねを除く) にはたらく力を図示すると図 c となり，水は金属から浮力の反作用を下向きに，容器はばねから (4) の力を受ける。これと重力を合わせた力がはかりにかかるので，これら 3 力の合力の大きさは

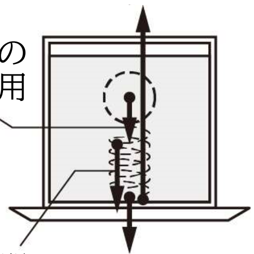


図 c

$$F_{浮力}+kx+3.00g$$
$$=0.196+1.764+3.00\times9.80=1.96+3.00\times9.80$$
$$=(0.20+3.00)\times9.80=3.20\times9.80\ \mathrm{N}$$

よって，はかりは 3.20 kg を示す。……④

別解　はかりの上にのっている物体は容器＋水 3.0 kg と金属 0.20 kg だけで，外部からの力は (はかり以外は) ない。ばねの力や浮力はこれらの物体の内力となるので，はかりが指し示す値は，容器＋水と金属の質量の合計 $3.0+0.20=3.2$ kg となる。

〔B〕　一般に大きさ a の加速度で上昇するエレベータ内の観測者が質量 M の (エレベータに対して静止した) 物体を観測すると，大きさ Ma で加速度と逆向き (本問では下向き) の慣性力を感じる。このため，エレベータ内の観測者が感じる見かけの重力加速度の

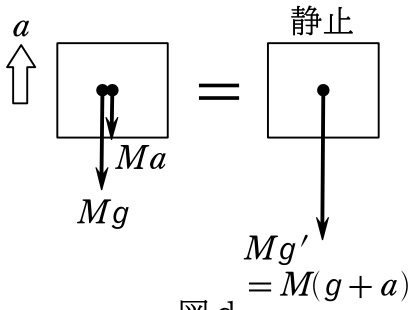
大きさを g' とすると　　$Mg' = Mg + Ma$

よって　　$g' = g + a$

したがって，図dのように重力を Mg' とすれば，エレベータが加速していることを考えずにつりあいの式を立てることができる。本問では

$$g' = 9.80 + 0.50 = 10.30\ \mathrm{m/s^2}$$

以下ではこの値を用いる。



図d

(6)　(2)と同様に「$F = \rho V g$」より

$$F_{浮力}' = \rho V g' = 1.00 \times 10^3 \times 2.00 \times 10^{-5} \times 10.30$$
$$= 0.206\ \mathrm{N}\quad \cdots\cdots ⑤$$

(7)　(3)と同様に金属のつりあいの式より

$$F_{浮力}' + kx' - mg' = 0$$

すなわち

$$0.206 + 2.00 \times 10^2 x' - 0.200 \times 10.30 = 0$$

$$x' = \frac{2.06 - 0.206}{200} = 0.00927\ \mathrm{m}$$
$$= 9.27\ \mathrm{mm}\quad \cdots\cdots ②$$

(8)　(5)と同様に浮力の反作用，ばねからの力，容器と水の見かけの重力の合力がはかりにかかるので

$$F_{浮力}' + kx' + 3.0g'$$
$$= 0.206 + 2.00 \times 10^2 \times 0.00927 + 3.00 \times 10.30$$
$$= 32.96 \fallingdotseq 3.36 \times 9.80\ \mathrm{N}$$

よってはかりは 3.36 kg を示す。…… ⑤

注　はかりには 9.8 N の力がかかったときに 1 kg を示すような強さのばねが内蔵されており，見かけの重力加速度の大きさが $10.3\ \mathrm{m/s^2}$ になってもそのことは変わらない。

別解　(5)別解と同様に，はかりの上には 3.2 kg の物体がのっているので，見かけの重力がはかりにかかることから

$$3.2 \times 10.3 = 32.96\ \mathrm{N} \fallingdotseq 3.36 \times 9.8$$

よってはかりは 3.36 kg を示す。

〔C〕(9)　分銅にも，容器と水・金属にも同様に慣性力がかかるので，てんびんの両側に等しい質量がのっていれば，慣性力の有無によらずてんびんはつりあう。よって分銅の質量は容器と水・金属の質量の合計である 3.20 kg になる。…… ③

$\boxed{2}$ ［2021 宮崎大］

〔A〕(1)　巻き上げ機が加速せず，つりあいを保ちながらゆっくりと回転する状況を考えると，回転中心のまわりの力のモーメントはつりあうので，図 a より

$$Tr-Fl=0$$

よって　$T=\boldsymbol{\dfrac{Fl}{r}}$〔N〕

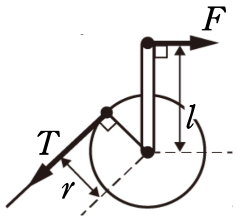


図 a

(2)　荷物が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N〔N〕，静止摩擦力の大きさを f〔N〕とする。
図 b より，力のつりあいの式を立てると
斜面に平行な向き：$T-f-mg\sin\theta=0$
斜面に垂直な向き：$N-mg\cos\theta=0$
荷物が斜面にそって上向きにすべりだすのは，静止させるために必要な静止摩擦力の大きさが最大摩擦力をこえてしまうときであり

$$f>\mu N$$

すなわち

$$T-mg\sin\theta>\mu mg\cos\theta$$

が成立するときである。したがって

$$T>\boldsymbol{mg(\sin\theta+\mu\cos\theta)}\text{〔N〕}$$

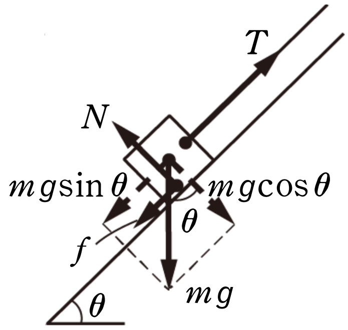


図 b

(3)　図 c のように，荷物は，一定の張力 T'〔N〕の向きに距離 $\dfrac{h}{\sin\theta}$〔m〕移動するので，巻き上げ機が荷物にした仕事は　$\boldsymbol{\dfrac{T'h}{\sin\theta}}$〔J〕

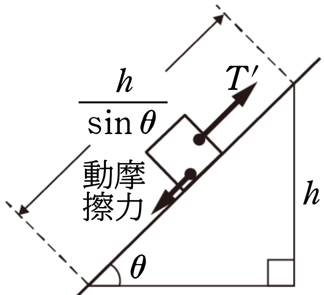


図 c

(4)　図 c のように動摩擦力は斜面にそって下向きに $\mu'N=\mu'mg\cos\theta$ であり，荷物が移動する向きと逆向きであるから，摩擦力が荷物にした仕事は

$$-\mu'N\times\frac{h}{\sin\theta}=-\frac{\mu' mgh\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$=\boldsymbol{-\frac{\mu' mgh}{\tan\theta}}\text{〔J〕}$$

〔B〕(1)　図 d のように，荷物は点 C において水平投射されるので，鉛直方向には時間 t〔s〕で高さ h〔m〕を自由落下する。

よって　$h=\dfrac{1}{2}gt^2$

したがって　$t=\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{2h}{g}}}$〔s〕

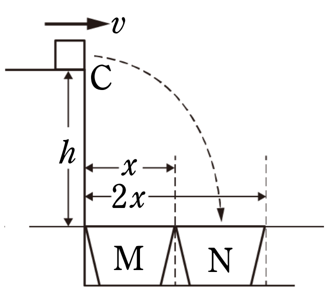


図 d

(2)　水平方向は速さ v〔m/s〕の等速直線運動と同様の運動をする。時間 t〔s〕経過したときの水平到達距離が x〔m〕と $2x$〔m〕の間にあればよいから

$$x < vt < 2x$$

よって　$\frac{x}{t} < v < \frac{2x}{t}$

ゆえに　$\boldsymbol{x\sqrt{\frac{g}{2h}}}$〔m/s〕$\boldsymbol{< v < 2x\sqrt{\frac{g}{2h}}}$〔m/s〕

〔C〕(1)　衝突直前に荷物がもつ運動エネルギーは mgH〔J〕である。板 X の質量が無視できるため，ばねが y〔m〕縮むまでに失われる運動エネルギーは，動摩擦力 $\mu' mg$〔N〕がする仕事の分と，ばねの弾性エネルギーに変換される分だけである。よって，ばねが y 縮んだときに荷物がもつ運動エネルギー は

$$\boldsymbol{mgH - \mu' mgy - \frac{1}{2}ky^2}\text{〔J〕}$$

(2)　ばねの縮み y が最大となるとき，荷物は一瞬静止し，運動エネルギーが 0 となるので，〔C〕(1) の結果を用いて

$$0 = mgH - \mu' mgy - \frac{1}{2}ky^2$$

つまり　$ky^2 + 2\mu' mgy - 2mgH = 0$

$y > 0$ なので　$y = \dfrac{-\mu' mg + \sqrt{\dfrac{D}{4}}}{k}$

ただし，D は判別式であり

$$\frac{D}{4} = (\mu' mg)^2 - k(-2mgH)$$

$$= (\mu' mg)^2 + 2kmgH$$

よって，y の最大値は

$$\boldsymbol{\frac{-\mu' mg + \sqrt{mg(\mu'^2 mg + 2kH)}}{k}}\text{〔m〕}$$