日常生活における対立と協調　～ゲーム理論に基づいて～

生徒氏名　　＜略＞
兵庫県立神戸高等学校総合理学科 2 学年

1. はじめに

＜本文略＞

2. 目的

ゲーム理論を理解し、それに基づいたリサイクルについての数学モデルを作成し、どのようにすれば人々が協調できるかを論理的に考察する。

また、それから得られた理論の妥当性を検証するために、モデルを簡略化したゲームを作成して実証実験を行い、人間の行動の一端を解明する。

3. モデルと考察

＜以下、論文よりの抜粋＞

・プレイヤーを i とする。 (i=1,2,3,…,n)

・プレイヤーi の利得を u(i)とする。

・プレイヤーi の貢献度を gi とする。(0≦gi≦10)

・総貢献度を G とする。(G=g1+g2+g3+…+gn)

リサイクルでは、総貢献度が多くなればより多くの利得がプレイヤーに還元されると考えた。

よって、

・リサイクルによって生み出される総利得を eG (e>0)とする。

これがプレイヤー全員に平等に還元される。

従って、u(i)= $\frac{eG}{n}$ −gi と考える。

次に、e を変化させてモデルを考える。

ただし、3.1.~3.4.では、貢献度の平均が 5 のとき、e=1 となるように設定した。

3.1. プレイヤーを 3 人として考える(n=3)。

e= $\frac{1}{15}$G とする。

プレイヤー1 の利得は、u(1)= $\frac{1}{45}$G²−g1

・g2＋g3=K とおくと、

u(1)= $\frac{1}{45}$g1²+($\frac{2}{45}$K − 1)g1+ $\frac{1}{45}$K²

＝ $\frac{1}{45}$(g1 + K− $\frac{45}{2}$)² + K− $\frac{45}{4}$

0≦g2≦10、0≦g3≦10 より、0≦K≦20

頂点の座標を(p,q)とおくと, $\frac{5}{2}$ ≦p≦ $\frac{45}{2}$

(i)K< $\frac{35}{2}$のとき、5<p≦ $\frac{45}{2}$より、

プレイヤー1 の最適行動は、g1=0 にすること

(ii)K=$\frac{35}{2}$のとき、p=5 より、

プレイヤー1 の最適行動は、g1=0,10 にすること

(iii)K> $\frac{35}{2}$のとき、$\frac{5}{2}$ ≦p<5 より、

プレイヤー1 の最適行動は、g1=10 にすること

K=$\frac{35}{2}$ つまり、プレイヤー1 以外の 1 人当たりの貢献度の平均αが、$\frac{35}{4} = 8.75$より大きければ、プレイヤー 1 の最適行動は g1=10。 即ち、リサイクルに全面的に協力する。

以下、自分が全面的に協力するようになる他人の貢献度の平均の限界値αの値に注目する。

3.2. プレイヤーを n 人で考える。

＜途中の数式略＞　　$\lim_{n\to\infty}\{\alpha\} = \infty$

プレイヤー1 の最適行動は、g1=0

3.3. プレイヤーを 3 人で考える(n=3)。

e を G の 2 次関数として、e= $\frac{1}{15^2}$G² とする。

＜途中の数式略＞　α ≒ 4.86

3.4. プレイヤーを n 人で考える。

＜途中の数式略＞　$\lim_{n\to\infty}\{\alpha\} = \infty$

プレイヤー1 の最適行動は、g1=0

3.5. プレイヤーを n 人とし、e= $\frac{1}{\gamma}$G とする。

＜途中の数式略＞

$$\lim_{n\to\infty} \alpha = \lim_{n\to\infty} \frac{n\gamma-10}{2(n-1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\gamma-\frac{10}{n}}{2-\frac{2}{n}} = \frac{\gamma}{2}$$

3.5.のモデルからγ＞20 にすると、どのプレイヤーも貢献しないことになるが、できるだけγを小さくする、つまり、見返りを大きくすることでαの値が小さくなり、全員が協調しやすくなる。即ち、n 人で一般化しても、自分以外の貢献度の平均αがある一定以上であるというサインがあれば、自分の最適行動は貢献度を 10 にすることであり、リサイクルに全面的に協力する。このようにして、全員が協調することになる。

4. 実証実験

4.1. 実験目的

3 のモデルでは、あるプレイヤーは、自分以外のプレイヤーが一定以上の値を出すなら、最大の値を出そうとする、という結論が得られた。実際に、他のプレイヤーが一定以上の値を出すというサインを与えることで最大の値を出すようになるのかを確かめる。

4.2. 実験方法

1 グループを 3 人とし、8 グループで実験を行った。実験のルールは以下のとおりである。

1) 3 人にはそれぞれ得点 3 が与えられる。
2) 3 人は 0,1,2,3 のうち、1 つの数を紙に書いて、同時に出す。これは自分の得点から引かれる。
3) 出された 3 枚の数の合計が 6 以下なら合計を 2 倍、7 以上なら合計を 4 倍して、均等にふり分け、自分の得点に加える。
4) 得点×1000 円の賞金がもらえる（と仮定する）
5) 1)～4)のゲームを 10 回行う。
6) 追加ルールとして 3 人のうち、特定の 2 人を指名して、その 2 人は必ず 2 か 3 を出すということを全員に知らせる。
7) 追加ルールでもゲームを 10 回行う。

※3)で設定した 7 という数字は、自分以外の残り 2 人ではどうにもできない値である。

4.3. モデル

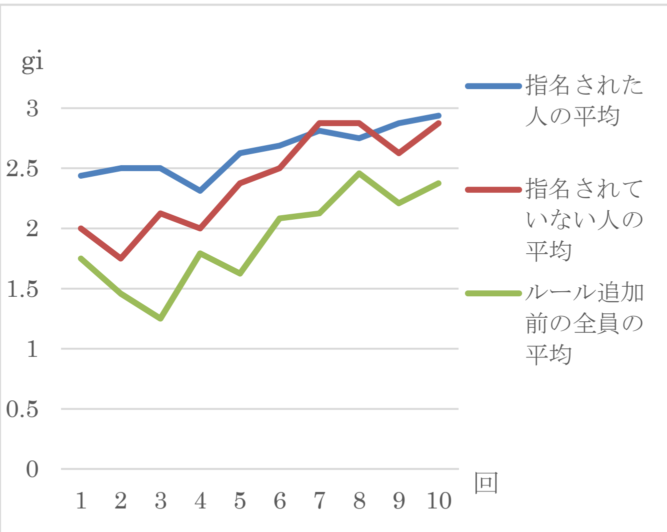
＜数式略＞

4.4. 仮説

1)～4)の中での※ナッシュ均衡点は（g1,g2,g3）=（0, 0, 0）か（3, 3, 3）を出すことなので、どちらかに近づくと考えられる。追加ルールを加えると指名されていない人にとっては K≧4 となるので、最適行動は 3 となる。また、指名された人はこれを予想し、同じように 3 を出そうとする。よって（3, 3, 3）に近づくと考えられる。

4.5. 結果

グラフ 4



グラフ 4 より、
ルールを追加しない場合、回数が増えるにしたがって、プレイヤーの出す値の平均が上昇していった。
ルールを追加した場合、指名された 2 人も指名されなかった 1 人も出す値の平均が 3 に近づいていった。

4.6. 考察

ルールを追加しない場合、回数が増えるにつれて、平均が 3 に近づいた。このことは回数を重ねるにつれて、どのような戦略がナッシュ均衡点となるかを学習したからと考えられる。ルールを追加した場合、追加していない場合よりも指名されていない人の平均は 3 により近づいていった。
このことは 2 人が 2 以上の値を出すことで 3 を出すのが最適行動であるという 4.3.のモデルで示した理論の仮説と一致した。
また、指名された人の平均も 3 に近づいて行った。このことは、指名されていない人の最適行動は 3 であると予想し、3 を出そうとするという理論と一致した。
しかし、平均が 3 に近づいていった中で、指名されていない人、指名された人のどちらの場合でも 3 を出そうとしない人がいた。そこで次のように考えた。＜証明部分略＞
よって、他人よりも低い値を出すことで、他の 2 人よりも利得は高くなる。3 を出さなかったのは、自分の得られる金額が減ったとしても、他人よりも自分の金額が多くなる方を好む人であったからと考えられる。
言い換えると、最初にモデルで仮説したような合計金額を利得と考える人が多数であるが、他人と比べたときの金額の差を利得と考えている人も少数いると考えられる。しかしながら、平均は 3 に近づいていったので、モデルで仮説したサインの有効性は示された。

5. おわりに

＜本文略＞

6. 参考文献

＜本文略＞