『破壊の科学（Distribution of Fractal）』
―　自然数の分割とシミュレーションによる考察　―

総合理学科2年　荒牧孝洋　岡村みのり　金田和子　下村侃　鳥居真人　平林大輝　宮本悠史

概要

私たちは、破壊のランダムさの中に潜む規則性に、数学的視点から逆問題的に迫ることを目標とした。物体を“破壊する”とは、換言すれば破片に“分ける”ことである。そこで私たちは、自然数をその和の形に“分けて”表すことで、破壊現象の数理モデル化ができるのではないかと考え、作成した数理モデルを用いて破壊現象を説明するため、実際に破壊実験を行った。さらにモデル化の別の手段として、シミュレーションも作成した。

数理モデル

＜自然数の分割＞

分割の定義：$n=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\ldots+\lambda_r$
$(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \ldots \geq \lambda_r)$

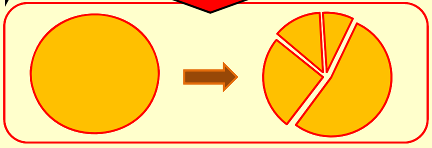
これの組合わせの総数をp(n)とする。
また、この全ての表し方を書き並べたとき、kの項の項数をP(n,k)と表すとすると漸化式は

$$\frac{n}{2} < k \leqq n \text{ のとき } P(n,k) = p(n-k)$$

$$1 \leqq k \leqq \frac{n}{2} \text{ のとき } P(n,k) = P(n-k,k) + p(n-k)$$

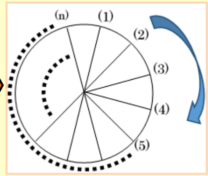
$$n=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\ldots+\lambda_r$$

対応



＜破片の大きさの分布＞

生じる大きさkの破片の個数をG(n,k)とする。



左図より、(1)と(k+1)に挟まれた破片は2^{n-k-1}(個)である。径を一つずつずらした場合を同様に考えると、

$$G(n,k) = n \times 2^{n-k-1}$$

➡ 指数分布

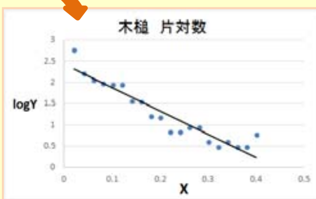
妥当性

破壊実験

＜実験方法＞

木槌を、支点と振り下ろす角度を60度に固定する。静かに手を離して倒し、木槌の底面とビスケットの表面がちょうどぶつかるようにし、一定の衝撃を与える。

＜結果＞



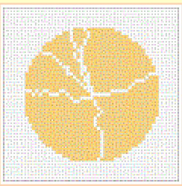
指数分布だと考えられる

妥当性

シミュレーション

＜ルール＞

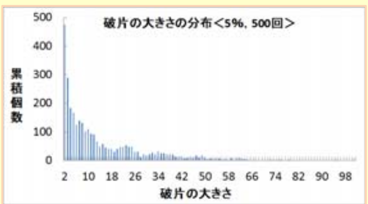
①半径20セルの円形にビスケット生地を配置する。
②中心にひびを2個から11個の範囲でランダムに出現させる。
③ステップ毎に60%の確率で1セル直進し、それぞれ20%の確率で左右に45度向きを変えて1セル直進する。
④ステップ毎にA%の確率で自分と同じ位置にひびを1つ生み出す。新しいひびの向きは、それぞれ等確率で元のひびと同じ、または左右に45度向きを変えたものとなる。



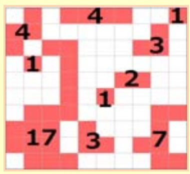
＜シミュレーション終了時＞

前述のルールでA%を5%、10%と変えて、それぞれ500回ずつ試行した。

＜結果＞



破片の大きさの分布は**指数分布**を示した。

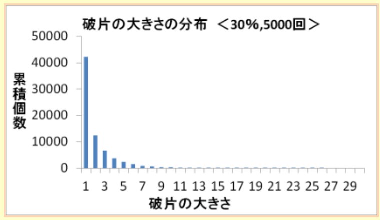


＜シミュレーション終了時＞

＜ルール＞

①100枚のパネルにそれぞれA%の確率で色を塗る。
②色が塗られたパネルを繋がった破片とみてその大きさを集計する。

＜結果＞



Aが50%以下のとき、破片の大きさの分布は**指数分布**を示した。

結論

今回、発見、構築したモデルで破壊の真相をすべて説明できるわけではなく、いくつかの例に過ぎないが、その例を示せたことが大きな成果といえる。しかし、現段階では十分条件であるモデルを定性的に示すことにとどまっているため完全な逆問題とはいえない。そのため、今後は逆問題として解決するための定量化とさらなるモデルの構築、また、指数分布かべき分布かを数値的に判断する方法を考えていきたい。