

# フラクタル次元による表面粗さの定量化と放射率の関係

中川雄登 中嶋亮裕 藤本創太 武藤優真 ルックカイハイ 朱麗奈

兵庫県立神戸高等学校 総合理学科2年

物体の放射率は、主に物体の種類、温度、粗さに依存する。しかし、現在これらの条件だけをもとに理論的に放射率を求めることは困難である。そこで私たちは、粗さと放射率との間に関係があるのではないかと考え、調べることにした。それにより、理論的な放射率の導出を最終目標とした。ここで、粗さの指標としてフラクタル次元を用いた。その結果、フラクタル次元と放射率の間に関係が見られた。

## 1. はじめに

### 1.1 用語説明

放射率とは、物質の表面からの赤外線エネルギーの放射量を、完全黒体の放射量を1としたときの比である。完全黒体とは、入射してきたすべての光を吸収する理想物体である。物体は吸収したエネルギーと等量のエネルギーを放射するため、完全黒体の放射量が理論的に最大となる。よってすべての物質は、放射率が0から1の間にある。同一物質でも、表面が粗いと放射率が高くなるのが分かっている。

次に、フラクタル次元とは、あるフラクタル（自己相似図形）をより細かなスケールへと拡大するにつれ、そのフラクタルがどれだけ完全に空間を満たしているように見えるかを示す統計的な量である。この研究では表面の複雑さの度合いを示す。

一般的な粗さの規格では、粗さが一樣かどうかについての議論は難しいが、フラクタル次元を用いるとそれが容易となる。このため、今回はフラクタル次元を用いた。

### 1.2 仮説

- ①粗さは、凹凸が特定の直径の時に最大値をとる。
- ②粗さが一樣な場合でもそうでない場合でも同じように、次元と放射率には直線の関係がある。

次に、仮説に至るまでの考え方を示す。

①について、凹凸の直径が極めて小さい場合と極めて大きい場合のいずれについても粗さは小さいと予想されるので、その間に最大値が存在すると考えた。②について、粗さが一樣な場合については、粗さ（次元）に比例して表面積が大きくなり、それによって放

射量が大きくなると考えた。粗さが一樣でない場合についても、この仮説に関して条件の変化はないと考えた。

## 2. 目的

- ・物体の粗さをフラクタル次元で定量化することで、粗さ一樣であるかどうかを確認し、粗さと放射率の関係を調べる。
- ・上記で得られた結果を粗さが一樣でない場合についても適用できるかどうかを調べる。

## 3. 測定・実験

実験に用いた器具等は以下の通りである。

- ・耐水研磨紙 計11枚  
材質：炭化ケイ素  
番手：  
100, 120, 150, 180, 240, 320, 400, 600, 1000, 1500, 2000 各1枚
- ・デジタル温度計・サーミスタセンサ（佐藤計量器 SK-1250MC）
- ・放射温度計（株式会社カスタム IR-309）
- ・金属缶
- ・投げ込みヒーター（八光電機製作所）
- ・両面テープ
- ・ビニールテープ

ここで、実験の対象として研磨紙を用いたのは、材質が統一でき、粗さが一樣であると考えられ、様々な粗さのものを多数用意できるからである。



写真1：耐水研磨紙

写真2：左からデジタル温度計、放射温度計

### 3.1. フラクタル次元の測定

60mm 四方に切った研磨紙の表面をデジタル顕微鏡で1枚につき5か所観察、撮影し、オープンソースのフリーソフトウェア「AT-Image ver4.5」を用いてフラクタル次元を測定した。

ソフトウェア上のフラクタル次元の求め方を以下に示す。

- ①モノクロ画像を一辺の長さが  $r$  の正方形で区切る。
- ②それぞれの正方形について、ピクセルの明るさの最大値・最小値を求める。
- ③最大値と最小値の差を  $dif$  とおき、以下のように、 $N(r)$  に値を加算する。

$dif=0$  のとき、1 を加算

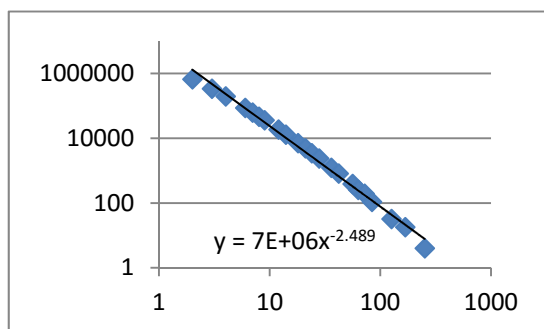
それ以外るとき

$dif \equiv 0 \pmod{r}$  ならば、 $dif/r$  を加算

それ以外ならば、1 を加算

- ④様々な  $r$  について①から③を繰り返す。
- ⑤ $r$  と  $N(r)$  の関係を両対数グラフに表し、得られた直線の傾きの絶対値をフラクタル次元とする。

例：100番の研磨紙



グラフ1 横軸：r 縦軸：N(r)

この場合、次元は2.489である。

この方法で求められる次元は情報量次元になる。

今回用いた研磨紙はいずれも、測定した5か所の次元でほぼ等しい値が出たので、粗さが一様であるとした。

### 3.2. 放射率の測定（粗さが一様な場合）

#### 3.2.1. 準備

下の写真3のように、水の入った金属缶に次元を測定した研磨紙を、1枚ずつ同様の条件のもと両面テープで貼り付ける。このとき、研磨紙が金属缶に密着していなければその間に空気の層ができて正確に測定ができないため、研磨紙の裏面を両面テープで敷き詰める必要がある。

次に、投げ込みヒーターを入れて蓋をし、一部を除いてビニールテープで隙間をふさぐ。これは、隙間から水が流れ出るのを防ぐためである。また、この蓋には投げ込みヒーターとデジタル温度計を入れるために加工をした。

そして、沸騰して温度が一定になったとき、測定を始める。



写真3：実験装置

#### 3.2.2. 測定方法

研磨紙に対して垂直に放射温度計を向け、表示される温度が、デジタル温度計で測定した水温と等しくなるよう放射率を調節し、最も誤差が小さくなったときの放射率を記録した。この作業を研磨紙1枚当たり3回行い、平均をとった。また、研磨紙を貼っていない金属面も同様に放射率を測定した。

ここで、温度を100°C近くまで上げて沸騰させた状態で実験した理由は、測定する物体が周囲の温度+50°C以上の方がより精度よく放射率を求めることができるからであり、また、研磨紙の表面温度をデジタル温度計で直接測定することができなかったため、熱伝導により表面温度と水温が等しくなると仮定し、その温度をほぼ一定にさせるためである。

また、金属面の放射率を測定したのは、各測定の間での条件の違いが放射率に与える誤差を補正するためである。例えば、金属の放射率が平均よりも大きい

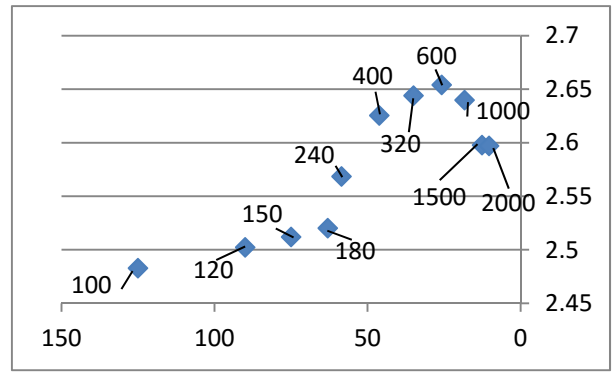
とき、金属にはたらいた何らかの条件の違いが研磨紙にも作用して、放射率の測定値が本来よりも大きくなっていると考えられる。そのため、私たちは研磨紙と金属の放射率の比を求めることで、この誤差の補正を試みた。

### 3.3. 放射率の測定（粗さが一様でない場合）

#### 3.3.1. 準備

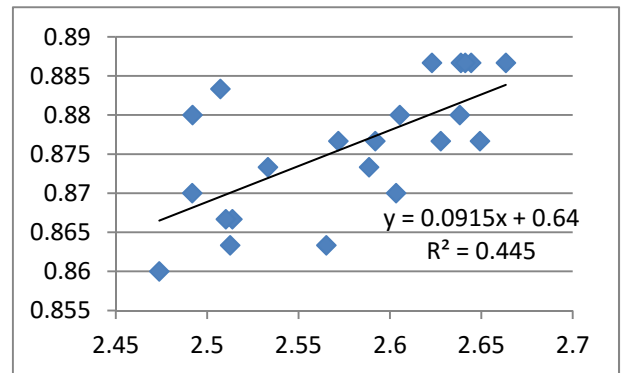
3.2.1.と同じことを、異なる粗さの研磨紙横 30mm\*縦 60mm を 2 枚組み合わせ、60mm 四方に合わせたものを用いて行った。放射温度計からは、測定範囲の直径を示す 2 本のレーザー光が出ているのだが、2 枚の研磨紙の境界線にこれらのレーザー光を合わせることで 2 枚のちょうど真ん中を測定した。

ここで、この組み合わせた研磨紙のフラクタル次元を画像解析により求めることは導出方法をしめす。先述のように、ソフトウェアでの解析の際には一辺の長さ  $r$  と  $N(r)$  を用いるのだがこの 2 つの関係を示す表を利用する。使用する 2 つの研磨紙はそれぞれの半分ずつが用いられるため、ある  $r$  のときのそれぞれの  $N(r)$  の値の平均をそのときの  $N(r)$  とする。このように求めた  $r$  と  $N(r)$  の関係を両対数グラフで表し、得られた直線の傾きの絶対値が次元となる。



グラフ 2 横軸：粒子径(μm) 縦軸：次元

表面が一様な場合について、それぞれの番手で各 2 回、計 22 回の測定を行った。



グラフ 3 横軸：次元 縦軸：放射率

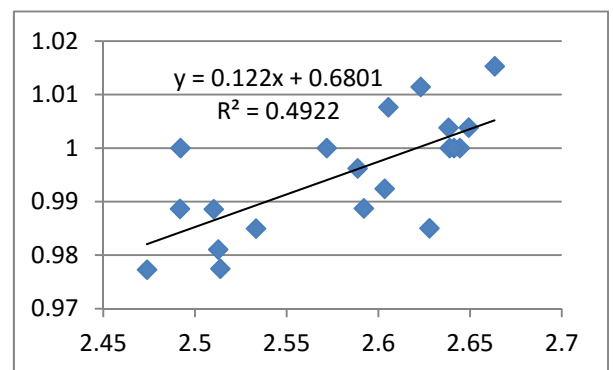
ここで、金属缶の放射率を基準として先述の補正を行い、明らかな測定ミス of データを取り除いた結果を以下に示す。



写真 4：組み合わせたもの

## 4. 結果

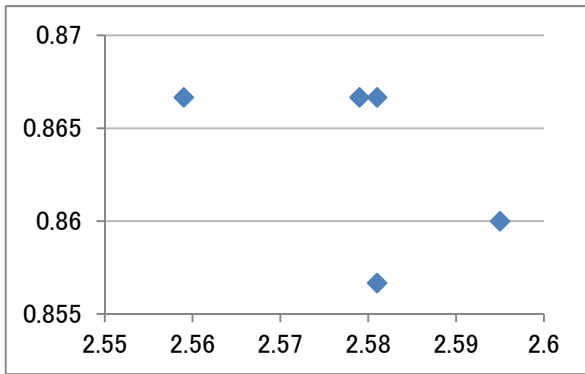
それぞれの研磨紙の粒子径と計測したフラクタル次元の平均を以下に示す。ここで粒子径を用いたのは、粗さに直接影響するのは番手ではなく粒子径だと考えたからである。粒子径は『JIS R 6010』を参考にし、240 番以降は累積沈降高さ 50%の粒子径を用いた。



グラフ 4

横軸：次元 縦軸：放射率の比（研磨紙/金属）

次に、粗さが一様でない場合のグラフを示す。



グラフ5 横軸：次元 縦軸：放射率

それぞれに対し、2回ずつ測定したが

## 5. 考察・結論

結果から分かるように、600番の研磨紙（粒子径25.8 $\mu\text{m}$ ）の粗さが最大になった。また、粗さが一樣な場合については放射率とフラクタル次元の間には直線関係が見られたが、一樣でない場合については関係が得られなかった。このことは、仮説①と仮説②の粗さが一樣な場合は正しいということを示している。粗さが一樣でない場合について、条件の変化がないという仮説が間違っていたと考えられる。具体的には、粗さの異なるそれぞれの表面から出る熱量が異なるため、対流により風が生じて温度が下がったと予想したが、検証には至らなかった。

よって粗さが一樣な場合は、比例定数などの具体的な数字や、温度と放射率の関係を求めることで理論的に放射率を求められるといえる。

## 6. 謝辞

本研究を進めるにあたり、監督・助言をしてくださった山田先生、そして多数の助言をしてくださった方々にこの場を借りてお礼申し上げます。

## 7. 参考文献

- [1] 「放射率の正しい設定の仕方」  
[http://www.tech-jam.com/top\\_images/item/tj-200/tj-200\\_housya.html](http://www.tech-jam.com/top_images/item/tj-200/tj-200_housya.html)
- [2] 「赤外線、黒体、放射率について」  
<http://www.japansensor.co.jp/products/thermos/more-about>
- [3] 高安秀樹 (1986) 『フラクタル』 朝倉書店

- ・冒頭部分

- (誤) 粗さと放射率との間に関係

- (正) 粗さと放射率との間に**単純**な関係

- ・ 3.3.1

- (誤) 組み合わせた研磨紙のフラクタル次元を画像解析により求めることはこの導出方法をしめす。

- (正) 組み合わせた研磨紙のフラクタル次元の導出方法をしめす。

- ・ グラフ 5 のデータラベルの追加

- 左上から「100&320」「180&1000」「120&400」「240&2000」「150&600」

- ・ グラフ 5 直後「それぞれに～したが」に以下の文を追加

- 「同じ結果となったためデータは正確といえる。」

- ・ 考察内容の追加

- 発表を参照してください。