

復習演習34

1

太陽の中心部では、陽子(水素原子核)などの軽い原子核が起こすさまざまな核融合反応によって莫大なエネルギーが発生している。そこで、陽子(${}^1_1\text{H}$)と重陽子(重水素原子核, ${}^2_1\text{H}$)が衝突して核融合反応し、ヘリウム3原子核(${}^3_2\text{He}$)と γ 線になる過程を考える。

陽子と重陽子はともに正電荷をもっているため、粒子間には静電気力による斥力が生じている。核融合が起こるためには、この斥力に打ち勝って原子核どうしが核融合を起こす距離まで接近することが必要である。陽子の質量を m_p 、重陽子の質量を m_d 、ヘリウム3原子核の質量を M とし、素電荷を e 、光の速さを c として、次の問いに答えよ。ただし、陽子や重陽子、ヘリウム3原子核の速さは光の速さ c に比べて十分に小さいものとする。なお、電荷 q_1 と q_2 が距離 r 離れて位置している場合の位置エネルギーは、静電気力の比例係数を k_0 として $\frac{k_0 q_1 q_2}{r}$ である。

まず、陽子が初期運動エネルギー E_p をもち、十分に離れた位置に静止している重陽子に正面から接近する場合を考える。ただし、核融合反応は起こらないとし、陽子と重陽子はある同一直線上を運動するものとする。両粒子は互いに静電気力を及ぼしながら接近し、陽子は減速され、重陽子は加速される。両粒子が向き、大きさともに同じ速度になったときに最接近する。

- (1) 最接近した瞬間の両粒子の速度の大きさを、 m_p 、 m_d 、 E_p を用いて表せ。
- (2) 両粒子の間の最接近距離を、 m_p 、 m_d 、 E_p 、 k_0 、 e を用いて表せ。

次に、逆に、陽子が静止していて、重陽子が初期運動エネルギー E_d で接近する場合を考える。

- (3) このとき、最接近距離が(2)の場合と同じになるための E_d の大きさは、先の場合の E_p の何倍か。次の選択肢の中から最も近いものを選び記号で答えよ。

選択肢

- ① 0.5倍 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍 ③ 1倍 ④ $\sqrt{2}$ 倍 ⑤ 2倍

次に、陽子と重陽子が互いに十分に離れた位置で逆向きに同じ大きさの初期運動量で出発し、同一直線上を運動し正面衝突して核融合反応を起こし、速さ V_h のヘリウム3原子核とエネルギー E_G の γ 線(光子1個)になる反応を考える。

- (4) この核融合反応による質量欠損で発生するエネルギーを、 M 、 m_p 、 m_d 、 c を用いて表せ。ただし、光子には質量はない。
- (5) 運動量保存則を用いることにより、 E_G を、 V_h 、 M 、 c を用いて表せ。

- (6) ヘリウム 3 原子核の運動エネルギーの, γ 線のエネルギーに対する比を V_h と c を用いて表せ。(これにより, 核融合で放出されるエネルギーのほぼすべては γ 線のエネルギーであることがわかる。)
- (7) 一般の原子核において, 核子間の距離はおよそ 10^{-15} m である。陽子と重陽子が核融合を起こす距離を 10^{-15} m としたとき, その距離での位置エネルギー E_s を, 電子ボルトの単位で, 有効数字 1 桁で求めよ。ただし $k_0 = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, 素電荷の値を $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。
- (8) 陽子と重陽子が気体としてふるまうと考える。気体の温度が, 粒子の熱運動の平均エネルギーが (7) の E_s と等しくなる温度 T_s 以上であれば, 核融合反応はひんぱんに起こると考えられる。この温度 T_s [K] を有効数字 1 桁で求めよ。ただしボルツマン定数の値を $1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ とし, 粒子の熱運動の平均エネルギーについては, 理想気体の場合を仮定した式を用いよ。(T_s に比べて, 太陽の中心部の推定温度は非常に低い。しかし, トンネル効果という現象により, この反応が起きていると考えられる。)

2

レーザー光が原子に与える作用を用いることにより、原子気体を冷却し、なおかつ空間のある領域に保つことができる。そのような冷却原子気体を用いて、原子の波動性を検証する次のような実験を行った。

図1のように、鉛直上向きを z 軸とする直交座標系を設定する。レーザー光によって冷却原子気体を点 $(x, y, z) = (0, 0, L+l)$ のまわりに保つ。この点から L だけ鉛直下方に、 y 軸に平行な間隔 d 、長さ a の二重スリットを水平 (xy 面上) に置く。さらに l だけ鉛直下方に、原子が当たると蛍光を発するスクリーンを水平に置く。これらはすべて真空中にある。冷却原子気体の空間的広がり、二重スリットの間隔 d 、および長さ a は、 L, l に比べて十分小さいとする。スクリーン上の蛍光のようすは、ビデオカメラによって撮影する。

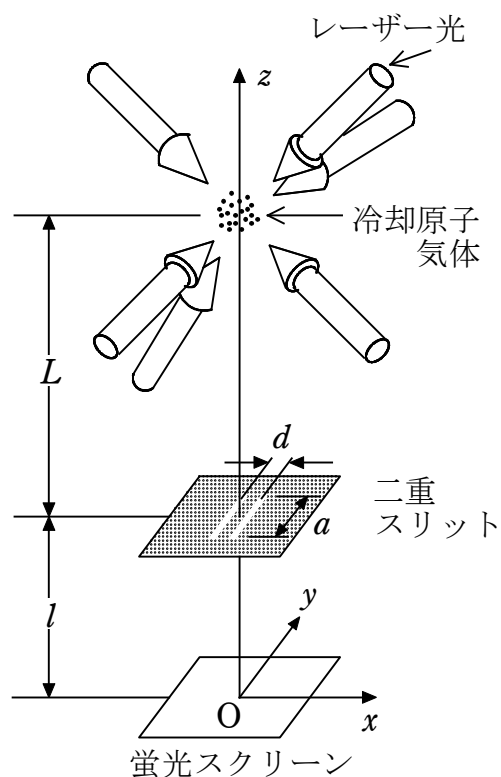


図1

時刻 $t=0$ にレーザー光を切ると、個々の原子はその瞬間にもっていた速度を初速度とし、重力のみを受けた運動を始める。一部の原子は二重スリットを通過し、スクリーンに到着する。時刻 $t=0$ 以降、原子どうしの衝突はないものとする。二重スリットを通過した原子のうち、 z 軸方向の初速度が 0 であったものがスクリーンに到着する時刻を t_0 とする。単位時間当たりにスクリーンに到着した原子数の時間変化は図2のようであった。原子の質量を m 、プランク定数を h 、重力加速度の大きさを g とする。

単位時間当たりの
到着原子数

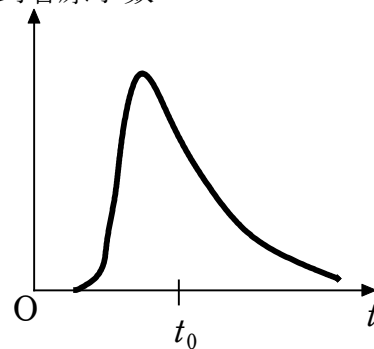


図2

[A] l は L に比べて十分小さく、二重スリットを通過した後の原子の加速は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

(1) 二重スリットを通過した原子のうち、 z 軸方向の初速度が 0 であったものがスリット通過直後にもっていた速さ v 、およびドブロイ波長 λ を求めよ。

(2) 時刻 $t=t_0$ にビデオカメラによって撮影された画像には、図 3 のような干渉縞が写っていた。この干渉縞の間隔 Δx_0 を求めよ。ただし、 Δx_0 は d より十分大きく、 l より十分小さいとする。必要ならば、 θ が 1 より十分小さいときに成り立つ近似式 $\sin \theta \doteq \tan \theta \doteq \theta$ を用いよ。

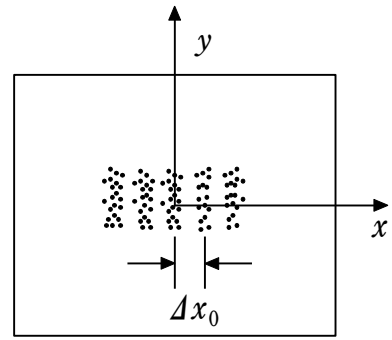


図 3

(3) 時刻 $t=t_0$ の前後にビデオカメラによって撮影された画像にも、図 3 と同様な干渉縞が写っていた。時刻 t に観測された干渉縞の間隔 Δx を縦軸、時刻 t を横軸として、 Δx と t の関係を表すグラフの概形を描け。ただし、図 2 のように時刻 $t=t_0$ の位置を横軸に明示すること。

[B] L を固定し、 l を変化させて実験をくり返した。ただし、 l の大きさは L と同程度で、二重スリットを通過した後の原子の加速は無視できないものとする。 z 軸方向の初速度が 0 であった原子がスクリーンに到着する時刻に観測される干渉縞の間隔を Δx_1 とする。 Δx_1 と l の関係を最も適切に表しているグラフを図 4 の ①～⑥ の中から 1 つ選び、その理由を答えよ。

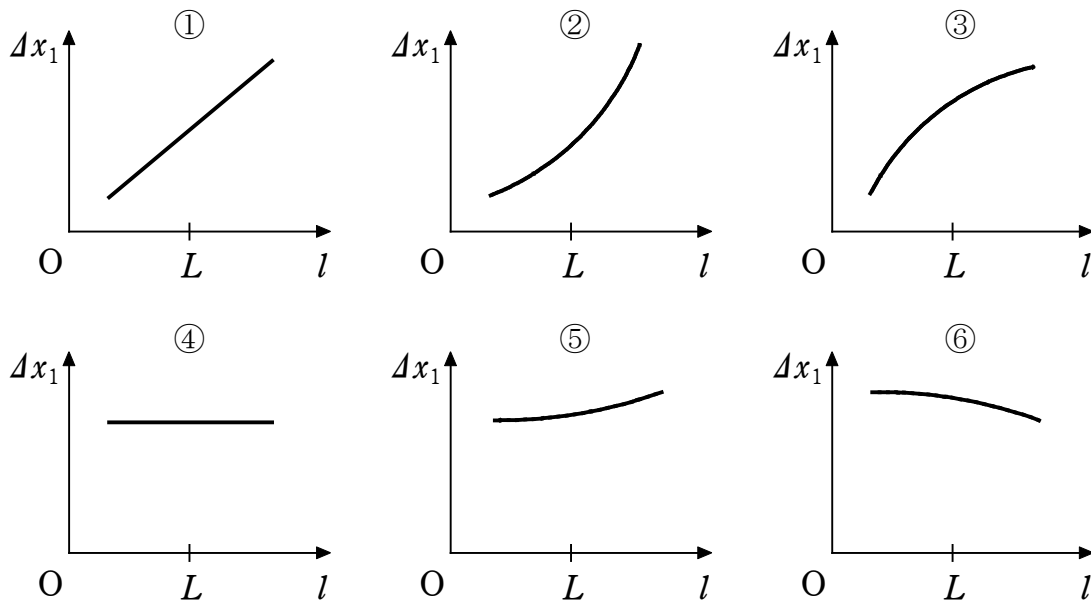


図 4