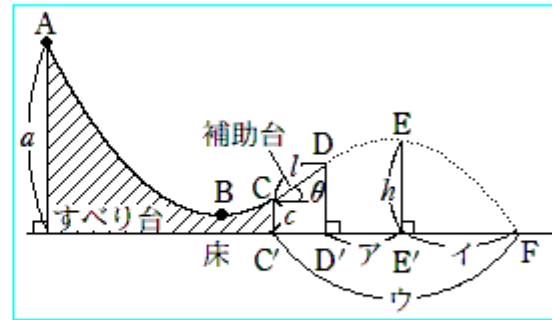


1

図のようにすべり台が水平な床の上に置かれている。すべり台上の点 A, 点 C の床からの高さをそれぞれ a [m], c [m] とする ($a > c$)。すべり台の高さは点 B で極小となっている。長さ l [m] のうすい平板からなる仰角 θ [rad] の補助台 CD が、点 C ですべり台となめらかに連結されて



いる。 l は $0 \leq l < \frac{a-c}{\sin \theta}$ の範囲で変えるこ

とができる。これは点 D の高さが点 A の高さより小さいための条件である。

いま、質量 m [kg] の小物体が点 A から静かにすべりはじめ、すべり台と補助台から離れることなく運動し、点 D から速さ v [m/s] で空中に飛び出した。その後、小物体は点線のような軌跡を描き、空中の点 E で最大の高さに達したのち、点 F ではじめて床に到達した。

ここで、小物体をより高く上げるには、あるいは、小物体をより遠くに到達させるには補助台の長さ l をどう変えたらよいかを調べたい。ただし、摩擦や空気抵抗は考えないものとする。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。以下の問いに答えよ。

- (1) v を a, c, l, θ, g を用いて表せ。
- (2) 床から点 E までの高さ h [m] はいくらか。ただし、 v はそのまま用いてもよい。
- (3) 点 D, 点 E からおろした鉛直線と床との交点をそれぞれ点 D', 点 E' とする。

D'E' 間の距離 (図のア) はいくらか。ただし、 v はそのまま用いてもよい。

(4) E'F 間の距離 (図のイ) はいくらか。ただし、 v, h はそのまま用いてもよい。

(5) 点 C からおろした鉛直線と床との交点を点 C' とする。 θ の値が $\frac{\pi}{4}$ のときの、

C'F 間の距離 (図のウ) を a, c, l を用いて表せ。

(6) 以下の空欄 (a), (b) のそれぞれに当てはまる文を ①~④の中から選べ。

θ を $\frac{\pi}{4}$ に設定し、 l をとりうる範囲内で増加させたとき、高さ h は 。

C'F 間の距離は 。

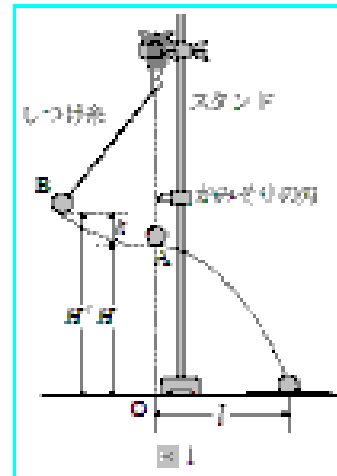
- ① 単調に増加する ② 単調に減少する ③ 極大値をもつ ④ 極小値をもつ

2

次のような実験で、力学的エネルギー保存則が成り立つことを確かめられるのではないかと考え、実験を行うことにした。次の文章を読み、問いに答えよ。

実験の手順：

1. 図1のように、質量 m [kg] の金属球を糸につけ、スタンドに固定し、金属球の下端が最下点 A にあるときの床からの高さ H [m] を測定する。
2. 金属球が最下点にきたとき糸が切れるようにかみそりの刃を設置する。
3. 紙の上にカーボン紙を重ね、それを床の金属球が落下する位置に貼りつける。
4. 糸が張った状態で金属球の下端が点 B にくるまで持ち上げ、そのときの高さ H' [m] を測定し、点 A と点 B の高さの差 k [m] を求める。
5. 金属球を静かにはなすと、球はカーボン紙の上に落ちる。点 A の真下の点から落下点までの距離 l [m] を測定する。
6. 点 B の高さを変えずに3回くり返し、 l の平均 \bar{l} を求める。



実験に用いた金属球の質量 m は 0.100 kg、点 A の床からの高さ H は 0.400 m であった。また、点 B の高さを変えて実験を行ったところ、表1のような結果が得られた。

表1

H' [m]	k [m]	到達距離 l [m]			平均到達距離 \bar{l} [m]	到達距離の2乗平均 \bar{l}^2 [m ²]
0.450	0.050	0.284	0.270	0.275	0.276	0.076
0.500	0.100	0.391	0.423	0.412	0.409	0.167
0.550	0.150	0.471	0.485	0.462	0.473	0.224
0.600	0.200	0.568	0.574	0.566	0.566	0.320

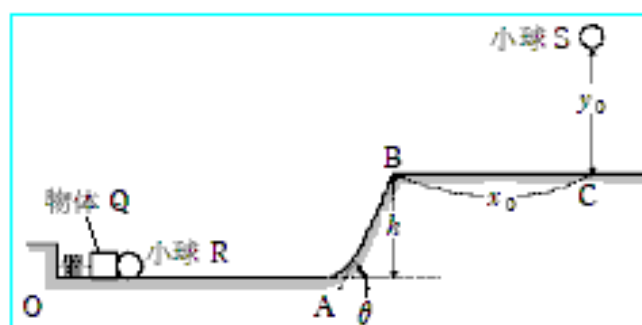
(1) 点 A の高さを基準としたときの、点 B での金属球の位置エネルギーを U [J] とする。表1のそれぞれの高さ H' [m] における U の値を、 k の値を用いて求めよ。

(2) 点 A での金属球の運動エネルギーを K [J] とする。表1のそれぞれの高さ H' [m] における K の値を、 \bar{l} の値を用いて求めよ。

(3) 力学的エネルギー保存則が成り立つとき、 k と l が満たすべき関係式を求めよ。

③

なめらかな水平面上に置いたばね定数 k のばねがある。図のようにばねの一端を壁に固定し、他端には質量 M の物体 Q を取りつけた。物体 Q に質量 m の小球 R を押しつけて、ばねを自然の長さから x だけ縮めた状態から小球 R を静かにはなした。物体 Q と小球 R



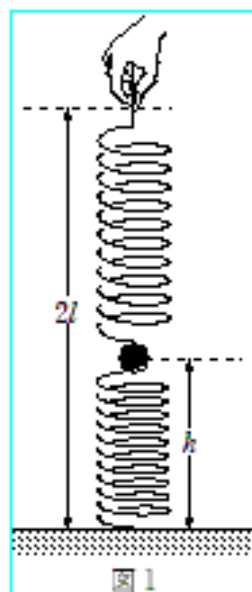
は一体となって運動を始め、ばねが自然の長さになった位置で小球 R は物体 Q から離れた。小球 R は水平面 OA 上をすべり、水平面と点 A でつながったなめらかな斜面 AB 上をすべり上がり、斜面の上端 B から斜め上方に飛び出した。その後、水平面 BC 上の点 B から x_0 だけ離れた点 C に落下した。斜面 AB と水平面 OA とのなす角を θ とし、水平面 BC と水平面 OA との高低差は h とする。また、重力加速度の大きさは g とする。次の問いに答えよ。

- (1) 小球 R が物体 Q から離れた直後の速さ v_0 を、 M 、 m 、 k 、 x を用いて表せ。
- (2) 小球 R が点 B から飛び出したときの速さ v_1 を、 v_0 、 g 、 h を用いて表せ。
- (3) 小球 R が点 B から飛び出した後、到達した最高点の高さを水平面 BC からの距離として、 v_1 、 g 、 θ を用いて表せ。
- (4) 小球 R が点 B から飛び出してから、点 C に落下するまでに経過した時間 t_1 を、 v_1 、 θ 、 x_0 を用いて表せ。
- (5) 点 C 上の高さ y_0 の位置にあった小球 S を、小球 R が点 B を飛び出した時刻から $\frac{t_1}{2}$ 後に静かに落下させたところ、小球 R と点 C で衝突した。 $\tan \theta$ を、 x_0 、 y_0 を用いて表せ。

4

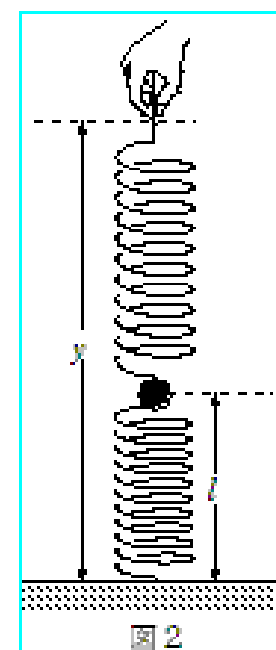
自然の長さ l 、ばね定数 k の 2 つの軽いばねを、質量 m の小球の上下に取りつけた。下側のばねの端を床に取り付け、上側のばねの端を手で引き上げた。重力加速度の大きさを g とする。

(1) 図 1 のように、ばねの長さの合計を $2l$ にして小球を静止させた。小球の床からの高さ h を表す式を、 m, l, k, g を使って書け。



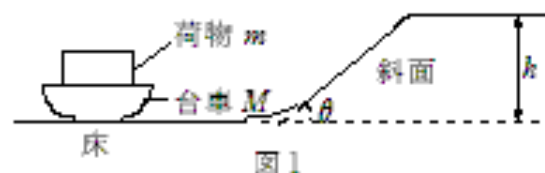
(2) 次に、図 2 のように、床から測った小球の高さが l になるまで、ばねの上端をゆっくり引き上げた。このときのばねの長さの合計 y を m, l, k, g を使って書け。また、高さ h から l まで小球を引き上げる間に手がした仕事 W を表す式を m, l, k, g, h を使って書け。

(2) 次に、図 2 のように、床から測った小球の高さが l になるまで、ばねの上端をゆっくり引き上げた。このときのばねの長さの合計 y を m, l, k, g を使って書け。また、高さ h から l まで小球を引き上げる間に手がした仕事 W を表す式を m, l, k, g, h を使って書け。



5

図1のように水平な床の上に質量 M の台車を置き、その上に質量 m の荷物をのせた。台車の底面は常に床または斜面から離れることなく接し、台車と床および台車と斜面の間の摩擦や、台車と荷物にはたらく空気抵抗は無視できるものとする。

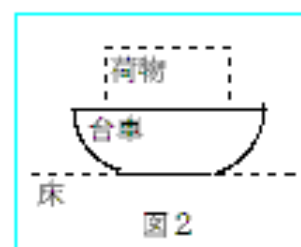


また、荷物と台車の間の静止摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。

図1の水平方向右向きに一定の力で台車を引くと、台車と荷物は一体となって動き出した。台車を引く力の大きさを F 、荷物と台車の間にはたらく摩擦力の大きさを f とする。

(1) 台車にはたらくすべての力を、図2に明瞭な矢印で示せ。

ただし、それぞれの矢印には、 M 、 m 、 μ 、 g 、 F 、 f のうち必要なものを用いて、力の大きさを記せ。



(2) 図1の水平方向右向きを正の向きとし、荷物および台車の加速度の大きさを a とする。荷物と台車それぞれについての運動方程式を記せ。

(3) 前問の結果を利用して、摩擦力の大きさ f を M 、 m 、 F 、 μ 、 g のうち必要なものを用いて表せ。

台車を引く力を大きくしたところ、引く力の大きさが F_1 になったときに荷物は台車の上をすべり出した。

(4) 力の大きさ F_1 を M 、 m 、 μ 、 g を用いて表せ。

荷物と台車を最初の位置にもどして静止させた。次に、荷物と台車が一体となって動くような一定の力で、台車を水平方向右向きに t 秒間引いて、斜面に届く前にはなした。台車を引いた力の大きさを F とする。

(5) 水平面と角度 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) をなす斜面を荷物と台車が一体となって上がっているときに、荷物と台車の間にはたらく摩擦力の大きさ f を求めよ。

(6) 床からの高さ h まで、荷物と台車は一体となって上がりきった。このとき、台車を引いた時間 t の条件を求めよ。