

要約

今回、私たちは、予備実験として荷重を増やしていった時のゴムの伸びのデータを取り、それを使って輪ゴムを引く力を横軸に伸びを縦軸に取ったグラフをまず、初めに作成しました。

私はそのグラフから鑑みるに、輪ゴムの伸びの関数は力を変数とした高次関数なのではと予想しました。

また、実験により、この関数が時間にも依存性があることを明らかにしました。そして、この複雑な高次関数を対処するために、伸びを公称ひずみ、さらに伸長率を用いて真ひずみへと、力を公称応力から真応力へと言い換えて、この関数をよりシンプルに捉えようと思いました。

実験の中で、微小範囲での力と伸びには正比例関係が成り立つことに気づき、このことと自分で組み立てた理論をもとにこの関数の傾きに迫ろうとしました。その後、傾きに迫るために、正確なデータを大量に収集しました。

大量のデータを収集するため、荷重を増やしていく実験と荷重を減らす実験という二パターンの実験を予備実験での反省を生かしてより良い方法で行いました。

結果として、今の自分の力量では、この関数の傾きについて完璧に明らかにすることはできませんでした。

しかし、私は大量の実験のデータを生かして、その傾きがある地点から、比較的、線型に減少していくことを明らかに、

また二パターンの実験の違いも傾きから明らかにしました。

第14回全国物理コンテスト 物理チャレンジ2018

第1チャレンジ実験課題レポート

輪ゴムを引く力と伸びの関係の

真応力と真ひずみを使った考察

1. 実験の目的

以前、学校の授業でフックの法則について学んだことを、今回の題材を見て思い出した私たちは学校の物理実験室においてあった輪ゴムを使ってどの程度フックの法則が成り立つのか、試してみたところ、法則通りでない部分のある結果が得られました。——重りの個数を増加させたときの輪ゴムの伸びについて調べ、重りの個数を横軸に輪ゴムの伸びを縦軸にとってグラフを書いてみたところ、そのグラフはS字型で二つの変数が比例関係、つまり、フックの法則に常に従っているとは考えにくい結果が出てしまいました。

そのため、今回の実験では、ゴムにかけられた荷重と伸びのごく一般的な関係をシンプルな実験から定量化・分析して明らかにすることをまず、ひとつの目的としました。

ところが、実際に調べていくと、たしかに荷重と伸びの間には調べたゴムなら、どの種類のゴムであっても似たような力と伸びの関係があることは分かるのですが、その関係のグラフのみからは一体、どうしてがフックの法則に従わない部分がそこに生み出されているのかは、推定しにくいところがありました。

そこで、私はその問題の解決策としてゴムの動きについて様々なデータを取ることによってゴムという物質の性質を表す力～伸び曲線より解析しやすい関係式をとらえようと思いました。そうすることで、複雑な関係をより簡単な関係に置き換えて、元の複雑な関係を明らかにできると思ったからです。

結論としては、表題にもあるとおり、力と伸びの関係を真応力と真ひずみの関係に置き換え、そしてその関係を使って輪ゴムの性質についての考察を行いました。

2. 実験手法・実験結果

2.1. 実験装置・材料

スタンド

下の写真から分かるようにスタンドには、三つの試験管ばさみを取り付けました。そのうちの二つは、測定用に取り付けた物差しを固定して、物差しが鉛直になるようにしています。もう一つはゴムを挟んでいるクリップを固定するために取り付けました。



(写真1) 実際に使用したスタンド

ゴム

ゴムは最初の予備実験では、学校の物理実験室においてあったものを使用しました。その後の実験では、新たに自分たちで購入した四種類のゴムを使用しました。輪ゴムをわっかのままでその伸びを調べるのは、誤差が大きく、簡単に処理できないのではないかと、ゴムを切断しておけば、ゴムにかけられた荷重と伸びの関係がフックの法則とどれほど違うのか、より簡単に把握できるのではないかとという事で、それぞれはさみで切断し、一本の糸のようにしたのち、実験に使用しました。切断したゴムは、その両端の片方にはダブルクリップを、もう片方には、目玉クリップ（予備実験時にはまだ購入していなかったため、ダブルクリップ）を取り付けました。先述の試験管ばさみには目玉クリップを挟み、ダブルクリップを下に垂らしました。そしてそのダブルクリップの片方のつまみにおもりを垂らすことでゴムの長さを計測しました。もう片方のつまみは、おもりの重心の位置に影響を与えるかもしれないという事で、取り外しました。



(写真2) 物理実験室においてあったゴム

このゴムはあくまで、試しとして使用したので、種類を確認することはしませんでした。

次に出てくる四種類のゴムと区別するためにこのゴムをゴム①と呼ぶことにします。



(写真3) 本実験で使用した四種類のゴムとゴム①

左上のゴムが先述のゴム①です。

左側、上から二番目の折径60mmのゴムを今後、ゴム①と呼ぶことにします。

次に左下の折径70mmのゴムは、今後、ゴム②と呼ぶことにします。

そして、右上の折径80mm、切幅3mmのゴムを、ゴム③と呼ぶことにします。

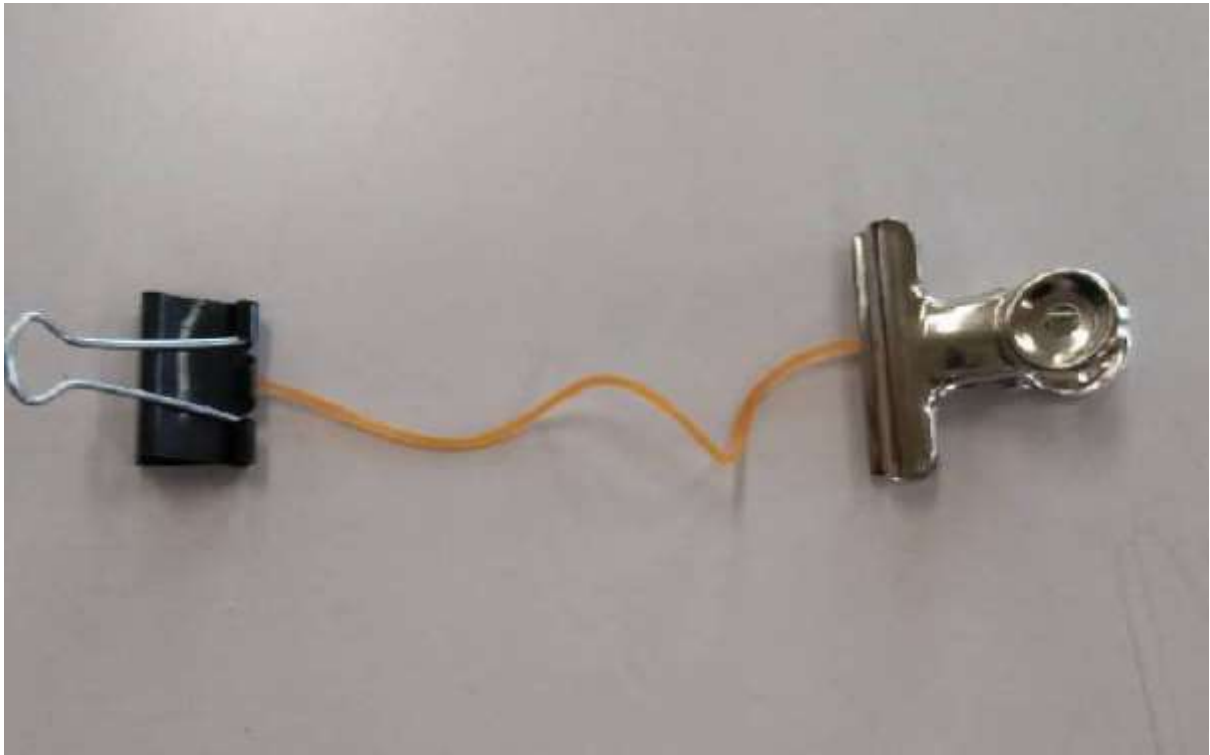
最後に右下の折径100mm、切幅6mmのゴムを、ゴム④と呼ぶことにします。

ゴム①、ゴム②の初期断面積は $0.000001416m^2$

ゴム③の初期断面積は $0.000003596m^2$

ゴム④の初期断面積は $0.000006726m^2$

ゴムの両端は次の写真のように二種類のクリップでとめました。



(写真4) 両端にクリップを付けられたゴム



(写真5) 実際の使用方法

重り

今回の実験では重りは三種類のものを使用しました。
それぞれ重さは、5.1g、25.0g、51.0gでした。

クリップ

ダブルクリップと目玉クリップの二種類のクリップを使用しました。



(写真6) 使用したクリップと重り

左から、目玉クリップ、ダブルクリップ、重り(51.0g)、重り(25.0g)、重り(5.1g)。

試験管ばさみ

同種類のを三つ使用

はさみ

輪ゴムの切断に使用

定規

ステンレス製でmm単位のものを使用。

水平器

ゴムの長さの精密な測定とスタンドに固定された定規が本当に鉛直になっているかどうかを確認するために使用しました。



(写真7) 実際に使用した水平器

2.2. 実験

予備実験

目的

ゴムにかけられた荷重と伸びの関係がどのようなグラフを取るか、どれほどフックの法則にしたがうのかを調べる事。

準備物

スタンド

試験管ばさみ (2つ)

ダブルクリップ (2つ)

ゴム①

重り (5.1g)

定規

はさみ

実験準備・実験方法

①スタンドを用意し、試験管ばさみで定規を鉛直下向きになるようスタンドに取り付ける。

②切断されたゴムのそれぞれの端をダブルクリップで留め、片方のダブルクリップを試験管ばさみを使って取り付ける。

③ゴムのもう一端を垂らして、長さを計測し、その後、重りを1個ずつ追加して行って追加するたびに長さを計測する。

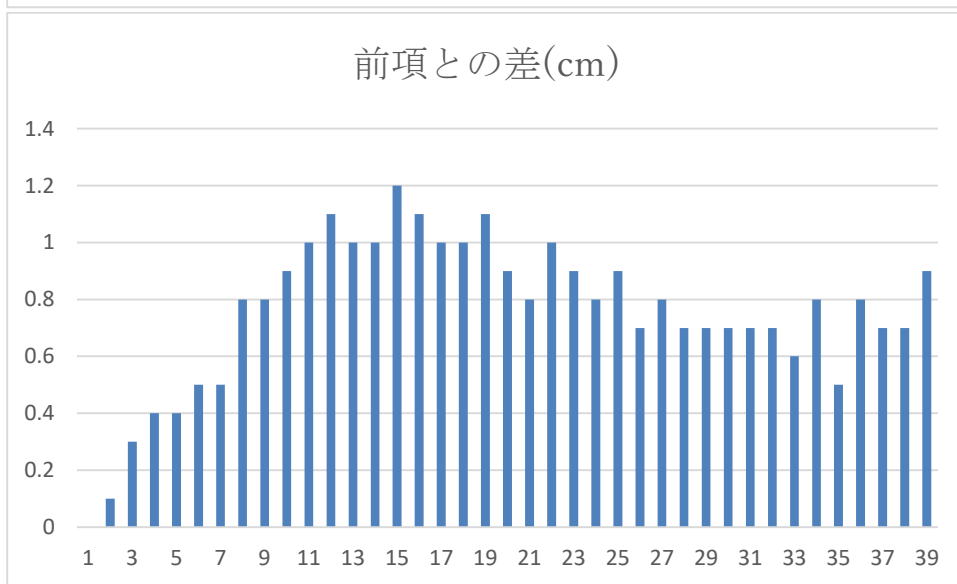
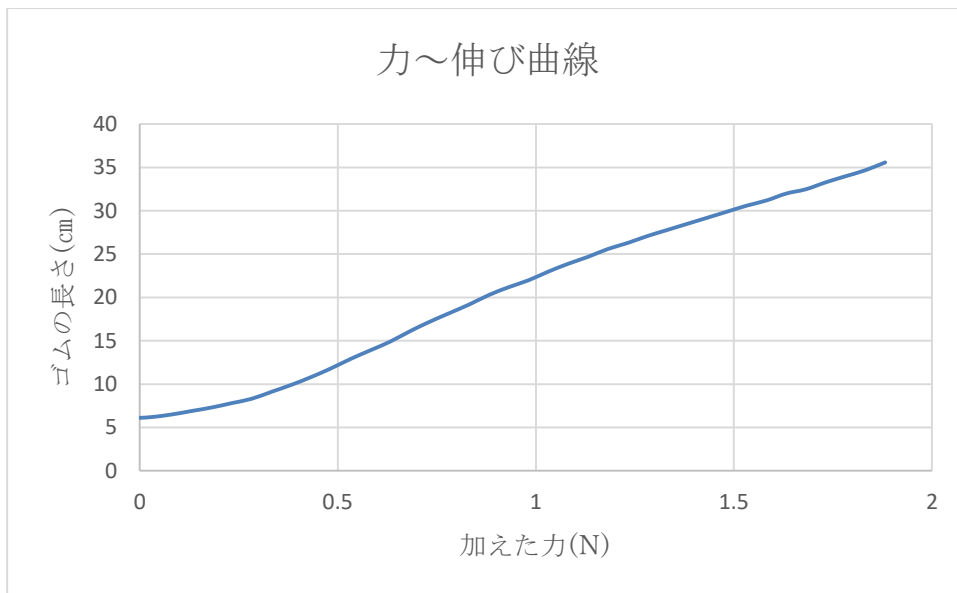
追記

あくまで予備実験として行おうとしたので、そこまでの正確さをこの実験では求めませんでした。

結果

おもりの個数	加えた質量 (g)	加えた力(N)	ゴムの長さ (cm)	ゴムの伸び (cm)	前項との差 (cm)
0(クリップなし)	0	0	6.1	0	
0	3.3	0.03234	6.2	0.1	0.1
1	8.4	0.08232	6.5	0.4	0.3
2	13.5	0.1323	6.9	0.8	0.4
3	18.6	0.18228	7.3	1.2	0.4
4	23.7	0.23226	7.8	1.7	0.5
5	28.8	0.28224	8.3	2.2	0.5
6	33.9	0.33222	9.1	3	0.8

7	39	0.3822	9.9	3.8	0.8
8	44.1	0.43218	10.8	4.7	0.9
9	49.2	0.48216	11.8	5.7	1
10	54.3	0.53214	12.9	6.8	1.1
11	59.4	0.58212	13.9	7.8	1
12	64.5	0.6321	14.9	8.8	1
13	69.6	0.68208	16.1	10	1.2
14	74.7	0.73206	17.2	11.1	1.1
15	79.8	0.78204	18.2	12.1	1
16	84.9	0.83202	19.2	13.1	1
17	90	0.882	20.3	14.2	1.1
18	95.1	0.93198	21.2	15.1	0.9
19	100.2	0.98196	22	15.9	0.8
20	105.3	1.03194	23	16.9	1
21	110.4	1.08192	23.9	17.8	0.9
22	115.5	1.1319	24.7	18.6	0.8
23	120.6	1.18188	25.6	19.5	0.9
24	125.7	1.23186	26.3	20.2	0.7
25	130.8	1.28184	27.1	21	0.8
26	135.9	1.33182	27.8	21.7	0.7
27	141	1.3818	28.5	22.4	0.7
28	146.1	1.43178	29.2	23.1	0.7
29	151.2	1.48176	29.9	23.8	0.7
30	156.3	1.53174	30.6	24.5	0.7
31	161.4	1.58172	31.2	25.1	0.6
32	166.5	1.6317	32	25.9	0.8
33	171.6	1.68168	32.5	26.4	0.5
34	176.7	1.73166	33.3	27.2	0.8
35	181.8	1.78164	34	27.9	0.7
36	186.9	1.83162	34.7	28.6	0.7
37	192	1.8816	35.6	29.5	0.9



これらの表、グラフより、ゴムにかけられた荷重と伸びの関係にフックの法則が成り立つことは少ないと言えます。また、一番最初に述べたようにこの曲線はつぶれたSのような曲線を通ることも分かります。

おもりの個数	伸長比	公称応力	公称ひずみ	真応力	真ひずみ
0(クリップなし)	1	0	0	0	0
0	1.016393443	22838.98305	0.016393443	23213.39261	0.016260521
1	1.06557377	58135.59322	0.06557377	61947.76327	0.063513406
2	1.131147541	93432.20339	0.131147541	105685.6071	0.12323264
3	1.196721311	128728.8136	0.196721311	154052.5146	0.179585577
4	1.278688525	164025.4237	0.278688525	209737.4271	0.245834963
5	1.360655738	199322.0339	0.360655738	271208.6691	0.307966744
6	1.491803279	234618.6441	0.491803279	350004.8625	0.399985642
7	1.62295082	269915.2542	0.62295082	438059.1831	0.484245986
8	1.770491803	305211.8644	0.770491803	540375.1042	0.571257363

9	1.93442623	340508.4746	0.93442623	658688.5246	0.65981076
10	2.114754098	375805.0847	1.114754098	794735.3432	0.74893854
11	2.278688525	411101.6949	1.278688525	936772.7146	0.823600069
12	2.442622951	446398.3051	1.442622951	1090382.745	0.893072442
13	2.639344262	481694.9153	1.639344262	1271358.711	0.970530501
14	2.819672131	516991.5254	1.819672131	1457746.596	1.036620613
15	2.983606557	552288.1356	1.983606557	1647810.503	1.093132823
16	3.147540984	587584.7458	2.147540984	1849447.069	1.146621508
17	3.327868852	622881.3559	2.327868852	2072867.463	1.202332115
18	3.475409836	658177.9661	2.475409836	2287438.177	1.24571241
19	3.606557377	693474.5763	2.606557377	2501055.849	1.282753682
20	3.770491803	728771.1864	2.770491803	2747825.785	1.327205445
21	3.918032787	764067.7966	2.918032787	2993642.679	1.365589688
22	4.049180328	799364.4068	3.049180328	3236770.631	1.398514472
23	4.196721311	834661.0169	3.196721311	3502839.678	1.43430358
24	4.31147541	869957.6271	3.31147541	3750800.917	1.461280168
25	4.442622951	905254.2373	3.442622951	4021703.251	1.491244957
26	4.557377049	940550.8475	3.557377049	4286444.846	1.51674725
27	4.672131148	975847.4576	3.672131148	4559287.302	1.541615316
28	4.786885246	1011144.068	3.786885246	4840230.62	1.565879938
29	4.901639344	1046440.678	3.901639344	5129274.799	1.589569709
30	5.016393443	1081737.288	4.016393443	5426419.839	1.612711238
31	5.114754098	1117033.898	4.114754098	5713353.709	1.632129324
32	5.245901639	1152330.508	4.245901639	6045012.503	1.657447132
33	5.327868852	1187627.119	4.327868852	6327521.534	1.672951318
34	5.459016393	1222923.729	4.459016393	6675960.684	1.697268626
35	5.573770492	1258220.339	4.573770492	7013031.398	1.718071753
36	5.68852459	1293516.949	4.68852459	7358202.973	1.738450916
37	5.836065574	1328813.559	4.836065574	7755043.068	1.764056867

「荷重(P)を初期断面積(S0)で割ったものを公称応力(Nominal stress: σ_n), 伸び(Dl)を初期平行部長さ(L0)で割ったものを公称ひずみ(Nominal strain: ϵ_n)と言います.

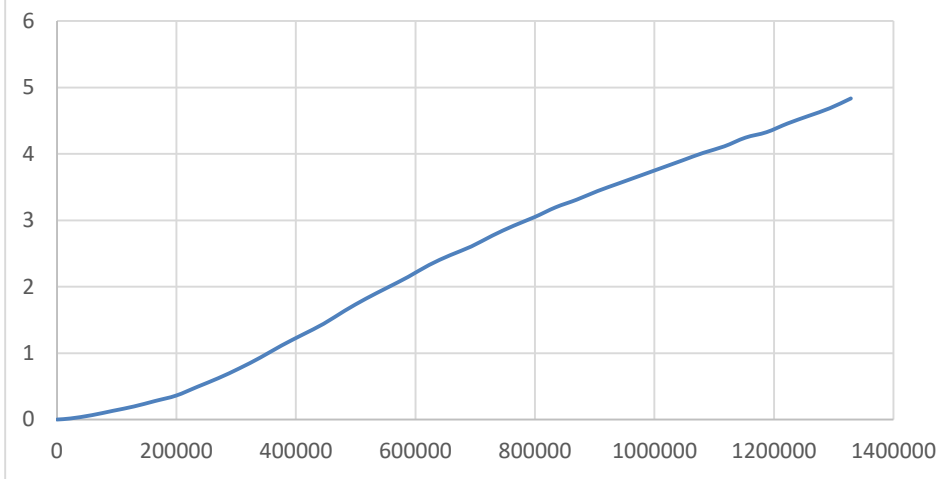
(中略)

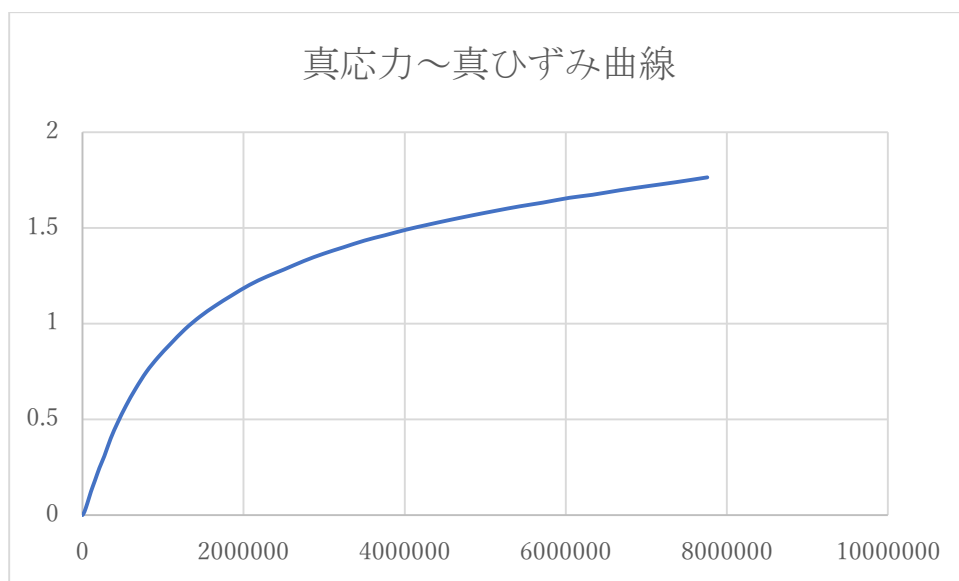
一方で, 変形の進行とともに平行部断面積や平行部長さは変化します. 正確な応力とひずみの関係を知るためには, 時々刻々と変化するこれらの値を考慮する必要があります. このときの応力とひずみを, それぞれ真応力(True stress: σ_t), 真ひずみ(True strain ϵ_t)と言います. 真応力(σ_t)と真ひずみ(ϵ_t)は, 公称応力(σ_n)と公称ひずみ(ϵ_n)を用いて次の式で定義されます.

$$\sigma_t = \sigma_n * (\epsilon_n + 1), \quad \epsilon_t = \ln(\epsilon_n + 1) \quad (\text{注 1})$$

$$\text{ゴム} \textcircled{\text{O}} \text{の } S_0 \text{ は } 0.000001416(m^2)$$

公称応力～公称ひずみ曲線





公称応力～公称ひずみ曲線は定義から自明なことではありますが、力～伸び曲線と似たような曲線を通ることがわかります。それに対して、真応力～真ひずみ曲線は全く異なる形の曲線を取っているように思われます。

実験①

目的

荷重がかかったゴムは時間経過に連れて、伸びが増えていくことを証明すること。

準備物

スタンド

試験管ばさみ (3つ)

目玉クリップ (1つ)

ダブルクリップ (1つ) (片方のつまみを外した状態で3.7g)

輪ゴム (4種類)

ゴム①

ゴム②

ゴム③

ゴム④

重り (3種類) 5.1g 25.0g 51.0g

定規

ストップウォッチ

ハサミ

実験準備・実験手法

- ①伸びを正確に調べるためゴムを切断して、線状にする。
- ②スタンドを用意し、試験管ばさみで定規を鉛直下向きになるようスタンドに取り付ける。
- ③切断したゴムの両端の片方には目玉クリップ、もう片方にはダブルクリップを取り付ける。ダブルクリップは取り付けたのちに片方のつまみを外す。
- ④先ほどの目玉クリップを試験管ばさみでスタンドに固定する。
- ⑤ダブルクリップに何個かの重りを垂らし、そのダブルクリップをおろす。その後、10秒ごとにゴムの長さを計測する。

結果

条件		各時刻での輪ゴムの長さ(mm)								
ゴムの種類	おもりの重さ(g)	20s	40s	60s	80s	100s	120s	140s	160s	180s
①	25	135	136	136	137	137	137	137	138	138
①	51	176	177	177	178	178	178	178	178	178
①	153	357	359	361	362	363	363	364	364	365
②	102	446	450	451	453	453	456	458	459	460
③	153	243	244	245	245	246	247	247	248	248
④	306	312	312	313	313	315	316	316	317	318

上の表より、荷重がかかったゴムは時間経過に連れて、伸びが増えていくことを証明できたと言えるでしょう。

実験②

目的

力～伸び曲線および様々なデータを大量にとることで取ることでゴムにかけられた荷重と伸びの関係を明らかにすること。

準備物

スタンド

試験管ばさみ (3つ)

目玉クリップ

ダブルクリップ (片方のつまみを外した状態で3.7g)

輪ゴム (4種類)

ゴム①

ゴム③

ゴム④

両面テープ

重り (3種類) 5.1g 25.0g 51.0g

定規

ストップウォッチ

ハサミ

実験準備・実験手法

- ①重りの重さによるゴムの落下をできるだけ防ぐため、ゴムを固定しているクリップのゴムとの接触部分に両面テープを貼り付ける。
- ②スタンドを立て、ゴムの長さを計測するための、定規を鉛直下向きに試験管ばさみを2つ使ってスタンドに取り付ける。
- ③切断したゴムの両端の片方には目玉クリップ、もう片方にはダブルクリップを取り付ける。ダブルクリップは取り付けたのちに片方のつまみを外す。さらにこれら一連の作業時にゴムにできるだけ力がかからないように注意を払う。
- ④先ほどの目玉クリップを試験管ばさみでスタンドに固定する。
- ⑤ダブルクリップを垂らすと同時に計時を開始する。その後30秒ごとに長さを計測して重りを一個、垂らしていく。そのまま、定規の目盛りが試験管ばさみで邪魔されないところまで長さを計測していく。

実験のポイント

- ①重りを三十秒ごとに垂らすこと

事前に行った実験①より、同じ荷重をかけた同じゴムであっても時間経過によって、より伸びてしまうことが分かったので、重りを一つ追加してから、長さの測定及び、次の重りを追加するまでの時間を一定にすることにより、時間による影響をできるだけ少なくするように努めました。

- ②断面積の等しく、長さのみが異なるゴム（ゴム①とゴム②）を同一ゴムとみなすこと
こうすることで実験の時間を短縮しました。

結果

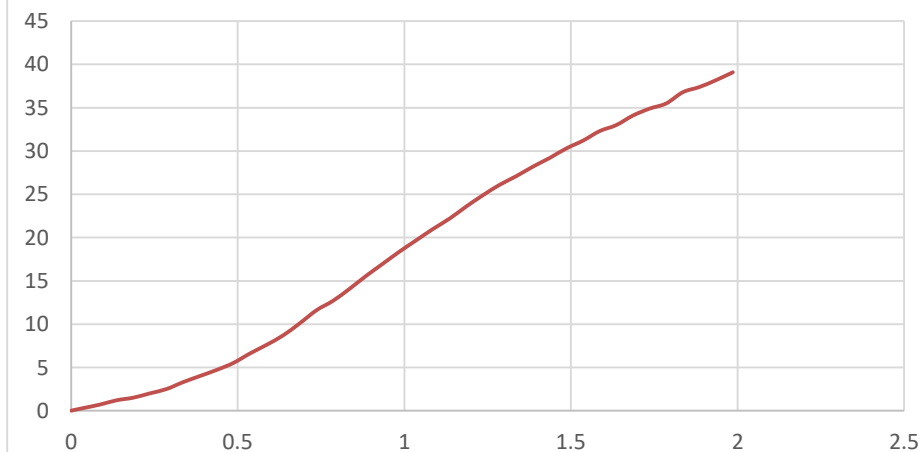
データを大量にとったので、そこから、私がゴムにかけられた荷重と伸びの関係について考察する際に使用した、信ぴょう性の高いと思われるデータ群、三つを今回は使用することにします。

（例1）ゴム① 重り5.1g

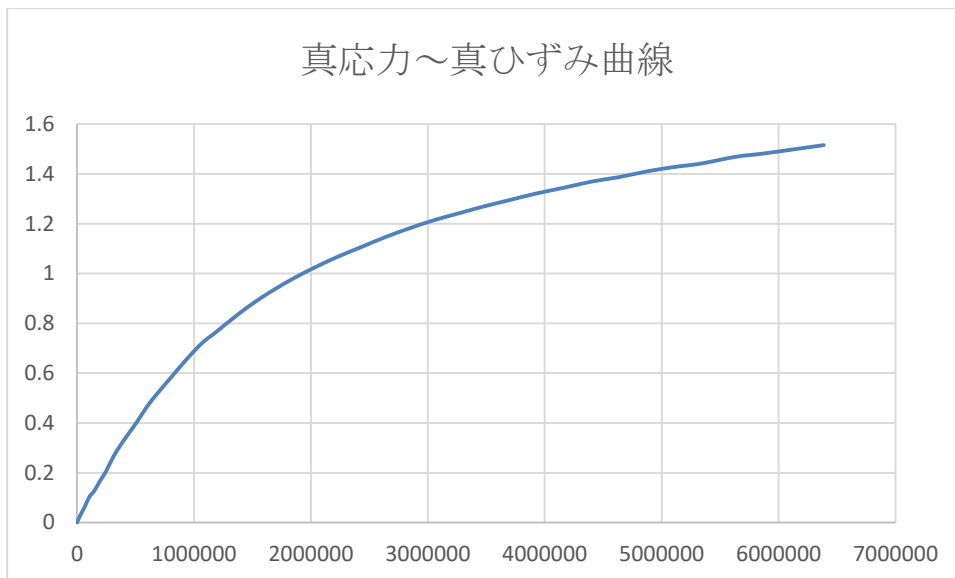
おもりの個数	加えた質量 (g)	加えた力 (N)	ゴムの長さ (cm)	ゴムの伸び (cm)	前項との差 (cm)
0(クリップなし)	0	0	11	0	0
0	3.7	0.03626	11.3	0.3	0.3
1	8.8	0.08624	11.7	0.7	0.4
2	13.9	0.13622	12.2	1.2	0.5
3	19	0.1862	12.5	1.5	0.3
4	24.1	0.23618	13	2	0.5
5	29.2	0.28616	13.5	2.5	0.5
6	34.3	0.33614	14.3	3.3	0.8
7	39.4	0.38612	15	4	0.7
8	44.5	0.4361	15.7	4.7	0.7

9	49.6	0.48608	16.5	5.5	0.8
10	54.7	0.53606	17.6	6.6	1.1
11	59.8	0.58604	18.6	7.6	1
12	64.9	0.63602	19.7	8.7	1.1
13	70	0.686	21.1	10.1	1.4
14	75.1	0.73598	22.6	11.6	1.5
15	80.2	0.78596	23.7	12.7	1.1
16	85.3	0.83594	25.1	14.1	1.4
17	90.4	0.88592	26.6	15.6	1.5
18	95.5	0.9359	28	17	1.4
19	100.6	0.98588	29.4	18.4	1.4
20	105.7	1.03586	30.7	19.7	1.3
21	110.8	1.08584	32	21	1.3
22	115.9	1.13582	33.2	22.2	1.2
23	121	1.1858	34.6	23.6	1.4
24	126.1	1.23578	35.9	24.9	1.3
25	131.2	1.28576	37.1	26.1	1.2
26	136.3	1.33574	38.1	27.1	1
27	141.4	1.38572	39.2	28.2	1.1
28	146.5	1.4357	40.2	29.2	1
29	151.6	1.48568	41.3	30.3	1.1
30	156.7	1.53566	42.2	31.2	0.9
31	161.8	1.58564	43.3	32.3	1.1
32	166.9	1.63562	44	33	0.7
33	172	1.6856	45.1	34.1	1.1
34	177.1	1.73558	45.9	34.9	0.8
35	182.2	1.78556	46.5	35.5	0.6
36	187.3	1.83554	47.8	36.8	1.3
37	192.4	1.88552	48.4	37.4	0.6
38	197.5	1.9355	49.2	38.2	0.8
39	202.6	1.98548	50.1	39.1	0.9

力～伸び曲線



おもりの個数	伸長率	真ひずみ	真応力
0(クリップなし)	1	0	0
0	1.027272727	26305.72676	0.026907453
1	1.063636364	64779.66102	0.061693569
2	1.109090909	106695.1721	0.103540679
3	1.136363636	149428.6081	0.127833372
4	1.181818182	197119.9281	0.167054085
5	1.227272727	248020.0308	0.204794413
6	1.3	308603.1073	0.262364264
7	1.363636364	371841.2943	0.310154928
8	1.427272727	439571.7771	0.35576544
9	1.5	514915.2542	0.405465108
10	1.6	605717.5141	0.470003629
11	1.690909091	699816.641	0.525266308
12	1.790909091	804416.6667	0.582723363
13	1.918181818	929288.6492	0.651377768
14	2.054545455	1067870.313	0.720054633
15	2.154545455	1195894.453	0.767579775
16	2.281818182	1347078.454	0.824972573
17	2.418181818	1512934.771	0.883015943
18	2.545454545	1682408.834	0.934309237
19	2.672727273	1860867.488	0.983099402
20	2.790909091	2041660.375	1.026367382
21	2.909090909	2230796.097	1.06784063
22	3.018181818	2420982.537	1.104654603
23	3.145454545	2634096.045	1.145958409
24	3.263636364	2848260.272	1.182842023
25	3.372727273	3062512.583	1.215721697
26	3.463636364	3267314.715	1.242319009
27	3.563636364	3487430.919	1.270781474
28	3.654545455	3705389.06	1.295971723
29	3.754545455	3939303.03	1.322967227
30	3.836363636	4160558.038	1.344524948
31	3.936363636	4407948.896	1.370257362
32	4	4620395.48	1.386294361
33	4.1	4880621.469	1.410986974
34	4.172727273	5114478.814	1.428569844
35	4.227272727	5330543.143	1.44155704
36	4.345454545	5632948.896	1.469130367
37	4.4	5858960.452	1.481604541
38	4.472727273	6113674.884	1.497998351
39	4.554545455	6386270.416	1.516125735



力～伸び曲線を解析することはやはり難しそうですが、この真応力～真ひずみ曲線は見た目は比較的解析しやすそうです。またこの曲線は扱っている現象が同じなためほぼ自明ですが、予備実験でのゴム⑩の真応力～真ひずみ曲線と相似なグラフをたどっています。

(例2) ゴム③ 重り5.1g

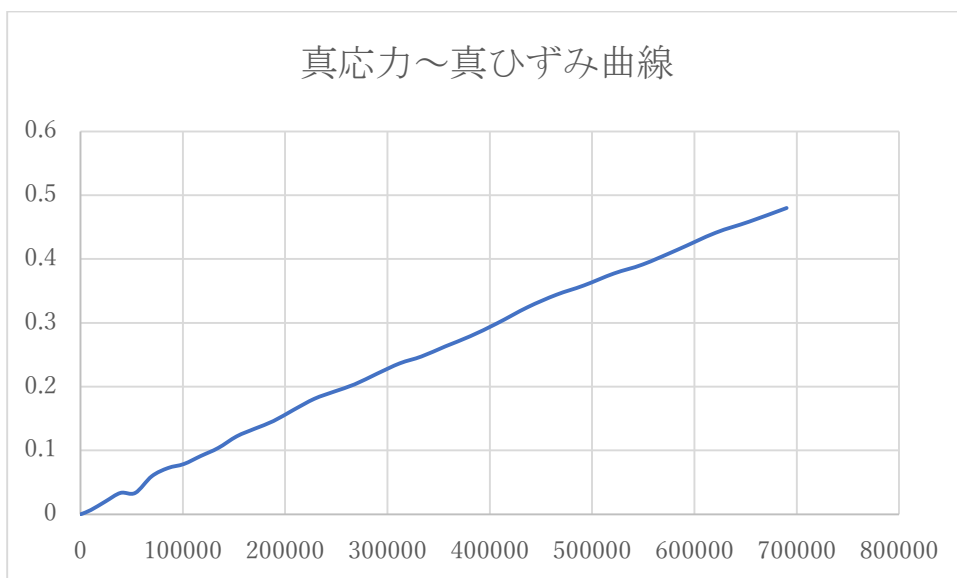
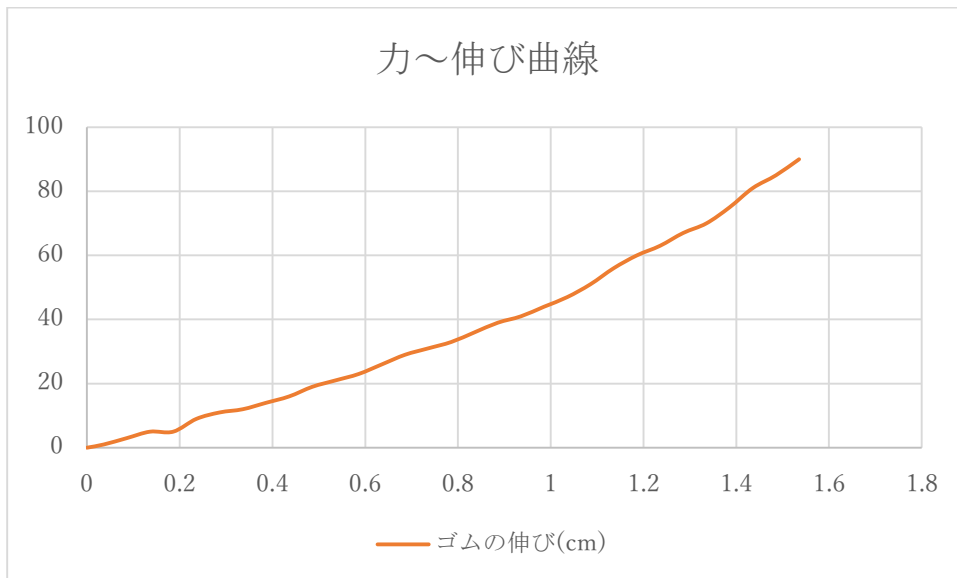
おもりの個数	加えた質量(g)	加えた力(N)	ゴムの長さ(mm)	ゴムの伸び(mm)
0(クリップなし)	0	0	146	0
0	3.7	0.03626	147	1
1	8.8	0.08624	149	3
2	13.9	0.13622	151	5
3	19	0.1862	151	5
4	24.1	0.23618	155	9
5	29.2	0.28616	157	11
6	34.3	0.33614	158	12
7	39.4	0.38612	160	14
8	44.5	0.4361	162	16
9	49.6	0.48608	165	19
10	54.7	0.53606	167	21
11	59.8	0.58604	169	23
12	64.9	0.63602	172	26
13	70	0.686	175	29
14	75.1	0.73598	177	31
15	80.2	0.78596	179	33
16	85.3	0.83594	182	36
17	90.4	0.88592	185	39
18	95.5	0.9359	187	41

19	100.6	0.98588	190	44
20	105.7	1.03586	193	47
21	110.8	1.08584	197	51
22	115.9	1.13582	202	56
23	121	1.1858	206	60
24	126.1	1.23578	209	63
25	131.2	1.28576	213	67
26	136.3	1.33574	216	70
27	141.4	1.38572	221	75
28	146.5	1.4357	227	81
29	151.6	1.48568	231	85
30	156.7	1.53566	236	90

前項との差 (mm)	伸長率	真ひずみ	真応力
	1	0	0
1	1.006849315	10152.49059	0.006825965
2	1.020547945	24474.98743	0.020339684
2	1.034246575	39178.27266	0.033673215
0	1.034246575	53553.03457	0.033673215
4	1.061643836	69727.20831	0.059818495
2	1.075342466	85572.85873	0.072639184
1	1.082191781	101159.0504	0.078988411
2	1.095890411	117671.0805	0.091567194
2	1.109589041	134563.899	0.103989714
3	1.130136986	152763.3444	0.122338852
2	1.143835616	170512.9367	0.134387191
2	1.157534247	188643.3175	0.146292093
3	1.178082192	208365.9165	0.163887855
3	1.198630137	228659.698	0.181179352
2	1.212328767	248122.8382	0.192543111
2	1.226027397	267966.7667	0.203779184
3	1.246575342	289783.7018	0.220400065
3	1.267123288	312171.8195	0.236749203
2	1.280821918	333348.5075	0.247501995
3	1.301369863	356783.7933	0.26341745
3	1.321917808	380790.2616	0.279083567
4	1.349315068	407436.1162	0.299597107
5	1.383561644	437006.9484	0.324661076
4	1.410958904	465271.1536	0.344269547
3	1.431506849	491943.1408	0.35872763

4	1.45890411	521635.3025	0.377685544
3	1.479452055	549544.852	0.391671786
5	1.51369863	583304.3564	0.41455608
6	1.554794521	620750.4152	0.441343396
4	1.582191781	653679.2783	0.458811089
5	1.616438356	690294.6958	0.480225183

さてこの場合の力～伸び曲線、真応力～真ひずみ曲線もグラフに表してみましよう。



まず、この場合の力～伸び曲線より、伸びの範囲が狭かったという事が、これまでのグラフと比較してみてもわかります。

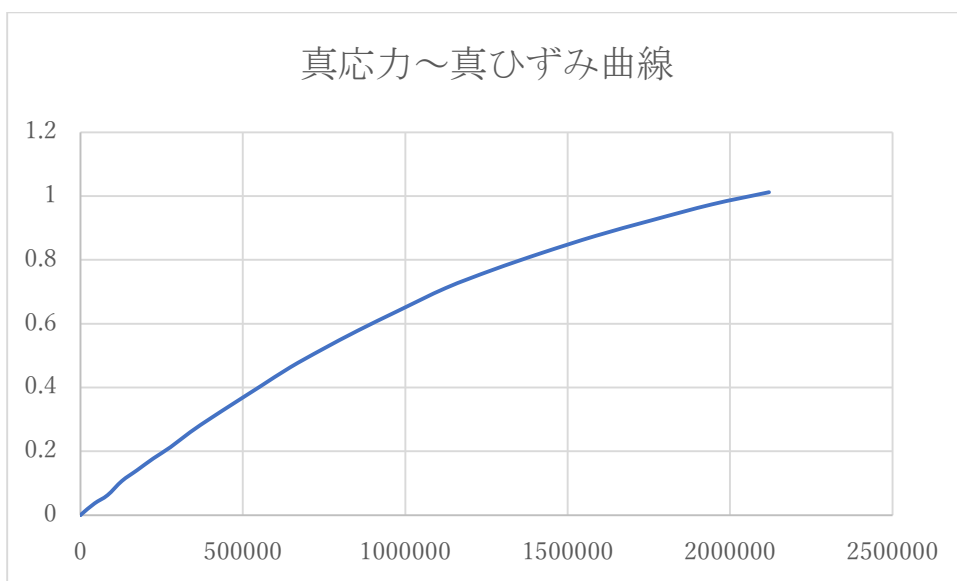
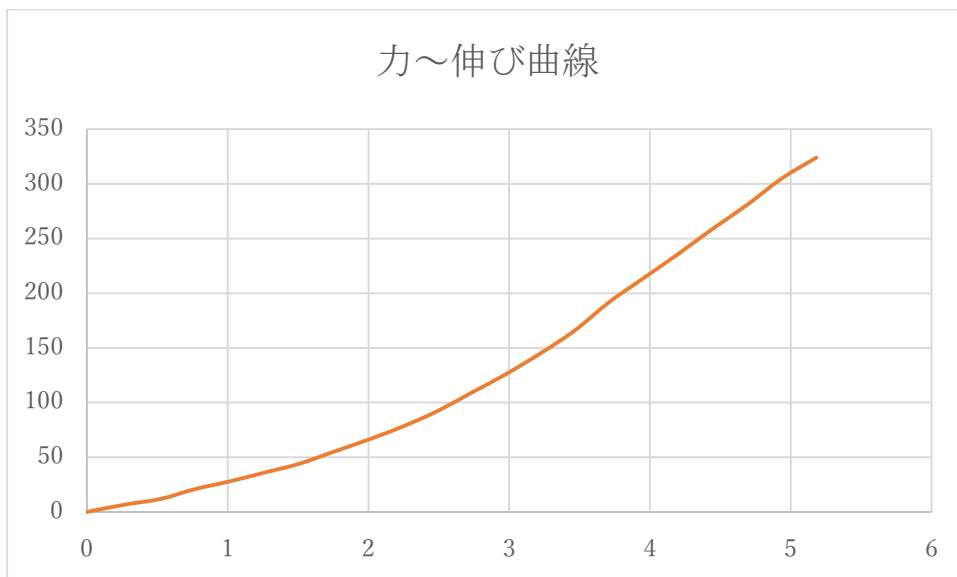
さて、真ひずみ～真応力曲線を見てみると範囲が小さい場合はほぼ直線を取ることがわかります。つまり微分の考え方で実に当たり前のことですが、わずかな範囲での傾きを解析出来たら元のグラフについても、逆に理解できるといえるのではないのでしょうか。

(例3) ゴム④

おもりの個数	加えた質量(g)	加えた力(N)	ゴムの長さ(mm)	ゴムの伸び(mm)	前項との差(mm)
0(クリップなし)	0	0	185	0	
0	3.7	0.03626	186	1	1
1	28.7	0.28126	192	7	6
2	53.7	0.52626	197	12	5
3	78.7	0.77126	206	21	9
4	103.7	1.01626	213	28	7
5	128.7	1.26126	221	36	8
6	153.7	1.50626	229	44	8
7	178.7	1.75126	240	55	11
8	203.7	1.99626	251	66	11
9	228.7	2.24126	263	78	12
10	253.7	2.48626	277	92	14
11	278.7	2.73126	294	109	17
12	303.7	2.97626	311	126	17
13	328.7	3.22126	330	145	19
14	353.7	3.46626	351	166	21
15	378.7	3.71126	377	192	26
16	403.7	3.95626	399	214	22
17	428.7	4.20126	421	236	22
18	453.7	4.44626	444	259	23
19	478.7	4.69126	466	281	22
20	503.7	4.93626	490	305	24
21	528.7	5.18126	509	324	19

おもりの個数	伸長比	真応力	真ひずみ
0(クリップなし)	1	0	0
0	1.005405405	5420.160571	0.005390849
1	1.037837838	43399.08865	0.037139547
2	1.064864865	83317.8388	0.062847904
3	1.113513514	127684.8695	0.107520344
4	1.151351351	173962.5817	0.140936341
5	1.194594595	224010.4636	0.177806876
6	1.237837838	277208.6859	0.213366178
7	1.297297297	337779.4922	0.260283098

8	1.356756757	402682.0165	0.305097114
9	1.421621622	473717.4659	0.351798207
10	1.497297297	553474.6325	0.403661681
11	1.589189189	645329.8937	0.463223942
12	1.681081081	743879.6281	0.519437087
13	1.783783784	854301.4201	0.578736829
14	1.897297297	977776.6473	0.640430398
15	2.037837838	1124434.442	0.711889362
16	2.156756757	1268612.918	0.768605592
17	2.275675676	1421454.83	0.822277009
18	2.4	1586533.452	0.875468737
19	2.518918919	1756899.133	0.923829809
20	2.648648649	1943862.382	0.974049566
21	2.751351351	2119456.84	1.012092191



これによって今回試した異なる断面積を持つ三種類のゴムの力～伸び曲線、真応力～真ひずみ曲線は相似であると、つまり、ゴムの断面積、長さに関わらず、普遍的なものがあると言えるのではないのでしょうか。

実験②

目的

逆にかける荷重を一定間隔で減らしてゆくことで荷重と伸びの関係を明らかにすること。

準備物

スタンド

試験管ばさみ (3つ)

目玉クリップ

ダブルクリップ (片方のつまみを外した状態で3.7g)

輪ゴム (4種類)

ゴム①

ゴム②

ゴム③

ゴム④

両面テープ

重り (2種類) 5.1g 25.0g

定規

ストップウォッチ

ハサミ

実験準備・実験手法

①重りの重さによるゴムの落下をできるだけ防ぐため、ゴムを固定しているクリップのゴムとの接触部分に両面テープを貼り付ける。

②スタンドを立て、ゴムの長さを計測するための、定規を鉛直下向きに試験管ばさみを2つ使ってスタンドに取り付ける。

③切断したゴムの両端の片方には目玉クリップ、もう片方にはダブルクリップを取り付ける。ダブルクリップは取り付けたのちに片方のつまみを外す。さらにこれら一連の作業時にゴムにできるだけ力がかからないように注意を払う。

④先ほどの目玉クリップを試験管ばさみでスタンドに固定する。

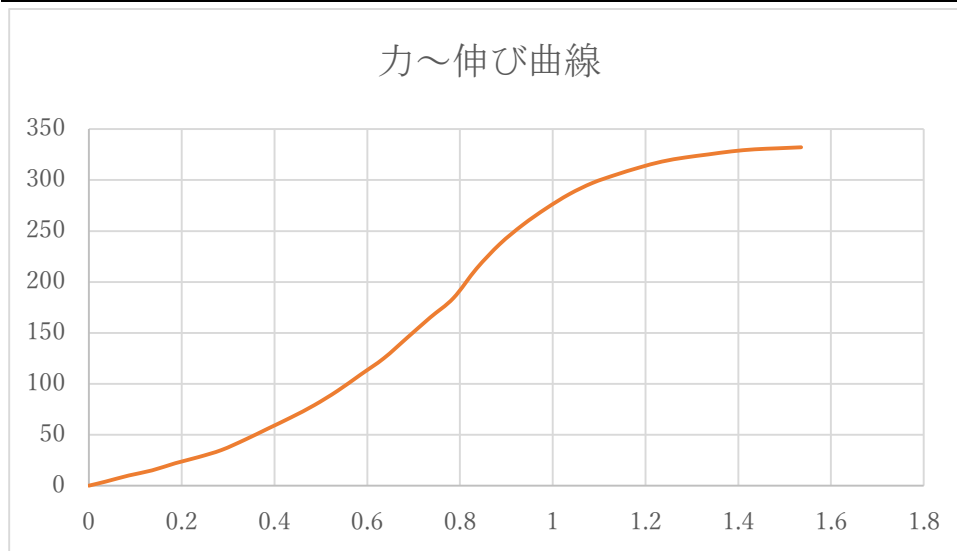
⑤ダブルクリップに重りを数個、先につるしておき、それを垂らすと同時に計時を開始する。その後、時間短縮のため、20秒ごとに長さを計測してつられた重りを下か

ら一個、とっていく。そのまま、つるされている重りがなくなるまでところまで長さを計測していく。

結果

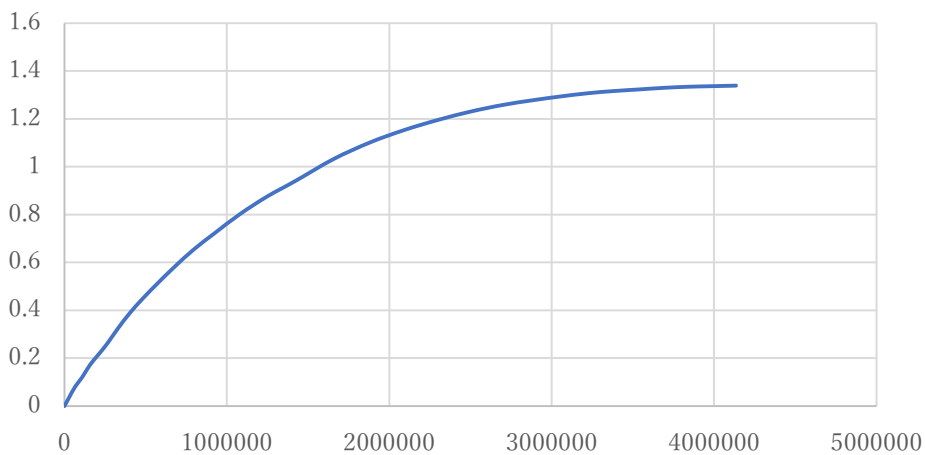
(1) ゴム① 重り5.1g

重りの個数	加えた質量(g)	加えた力(N)	ゴムの長さ(mm)	ゴムの伸び(mm)	前項との差(mm)
0(クリップなし)	0	0	118	0	
0	3.7	0.03626	122	4	4
1	8.8	0.08624	128	10	6
2	13.9	0.13622	133	15	5
3	19	0.1862	140	22	7
4	24.1	0.23618	146	28	6
5	29.2	0.28616	153	35	7
6	34.3	0.33614	163	45	10
7	39.4	0.38612	174	56	11
8	44.5	0.4361	185	67	11
9	49.6	0.48608	197	79	12
10	54.7	0.53606	211	93	14
11	59.8	0.58604	227	109	16
12	64.9	0.63602	243	125	16
13	70	0.686	263	145	20
14	75.1	0.73598	283	165	20
15	80.2	0.78596	302	184	19
16	85.3	0.83594	331	213	29
17	90.4	0.88592	355	237	24
18	95.5	0.9359	374	256	19
19	100.6	0.98588	390	272	16
20	105.7	1.03586	404	286	14
21	110.8	1.08584	415	297	11
22	115.9	1.13582	423	305	8
23	121	1.1858	430	312	7
24	126.1	1.23578	436	318	6
25	131.2	1.28576	440	322	4
26	136.3	1.33574	443	325	3
27	141.4	1.38572	446	328	3
28	146.5	1.4357	448	330	2
29	151.6	1.48568	449	331	1
30	156.7	1.53566	450	332	1



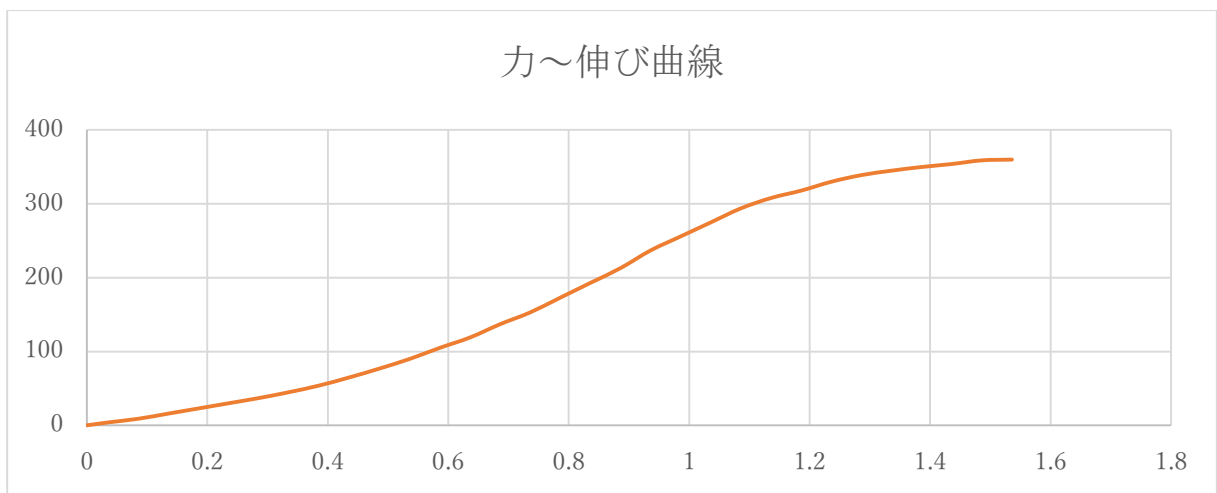
重りの個数	伸長率	真応力	真ひずみ
0(クリップなし)	1	0	0
0	1.033898305	26475.39021	0.03333642
1	1.084745763	66065.3069	0.081345639
2	1.127118644	108429.4503	0.119664504
3	1.186440678	156013.5976	0.170957798
4	1.237288136	206371.9717	0.212921997
5	1.296610169	262032.4619	0.259753297
6	1.381355932	327915.9485	0.323065576
7	1.474576271	402092.7894	0.388370675
8	1.56779661	482850.3543	0.449671201
9	1.669491525	573097.7688	0.512519104
10	1.788135593	676940.654	0.581173509
11	1.923728814	796173.7528	0.654265393
12	2.059322034	924978.8136	0.722376819
13	2.228813559	1079778.32	0.801469408
14	2.398305085	1246542.78	0.874762273
15	2.559322034	1420568.323	0.939742393
16	2.805084746	1655990.496	1.031433751
17	3.008474576	1882251.269	1.101433165
18	3.169491525	2094863.784	1.153571173
19	3.305084746	2301141.913	1.195462115
20	3.423728814	2504593.029	1.230730253
21	3.516949153	2696923.777	1.257593896
22	3.584745763	2875442.043	1.276687555
23	3.644067797	3051649.43	1.293100584
24	3.694915254	3224648.568	1.306957619
25	3.728813559	3385846.979	1.316090102
26	3.754237288	3541444.149	1.322885146
27	3.779661017	3698836.062	1.329634328
28	3.796610169	3849430.24	1.334108608
29	3.805084746	3992329.312	1.336338263
30	3.813559322	4135826.63	1.338562958

真応力～真ひずみ曲線

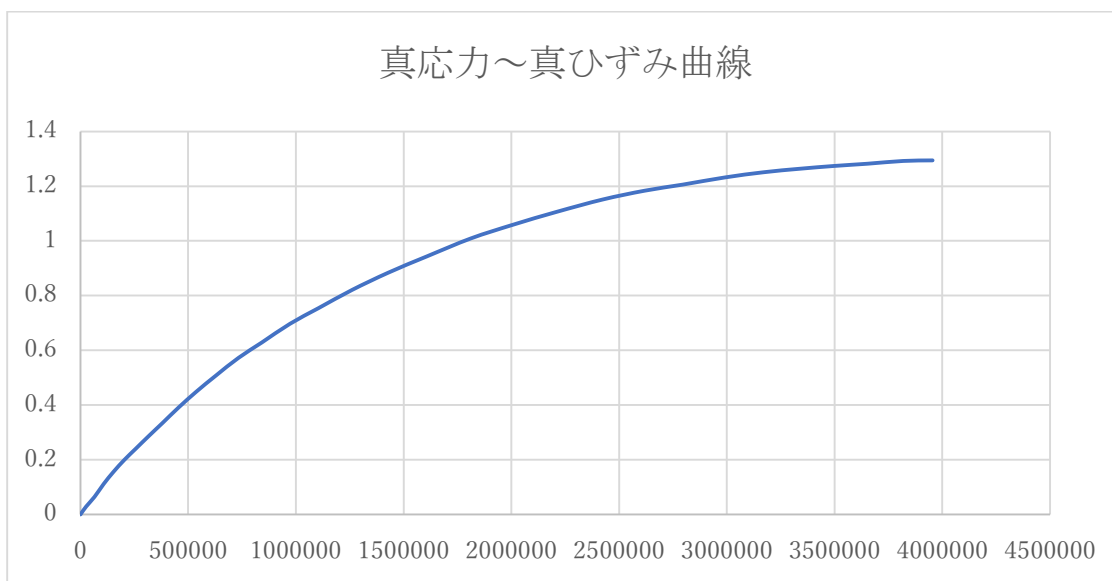


(2)ゴム② 重り5.1g

重りの個数	加えた質量(g)	加えた力(N)	ゴムの長さ(mm)	ゴムの伸び(mm)	前項との差(mm)
0(クリップなし)	0	0	136	0	
0	3.7	0.03626	140	4	4
1	8.8	0.08624	145	9	5
2	13.9	0.13622	152	16	7
3	19	0.1862	159	23	7
4	24.1	0.23618	166	30	7
5	29.2	0.28616	173	37	7
6	34.3	0.33614	181	45	8
7	39.4	0.38612	190	54	9
8	44.5	0.4361	201	65	11
9	49.6	0.48608	213	77	12
10	54.7	0.53606	226	90	13
11	59.8	0.58604	241	105	15
12	64.9	0.63602	255	119	14
13	70	0.686	273	137	18
14	75.1	0.73598	289	153	16
15	80.2	0.78596	309	173	20
16	85.3	0.83594	329	193	20
17	90.4	0.88592	349	213	20
18	95.5	0.9359	373	237	24
19	100.6	0.98588	392	256	19
20	105.7	1.03586	411	275	19
21	110.8	1.08584	430	294	19
22	115.9	1.13582	444	308	14
23	121	1.1858	454	318	10
24	126.1	1.23578	466	330	12
25	131.2	1.28576	475	339	9
26	136.3	1.33574	481	345	6
27	141.4	1.38572	486	350	5
28	146.5	1.4357	490	354	4
29	151.6	1.48568	495	359	5
30	156.7	1.53566	496	360	1

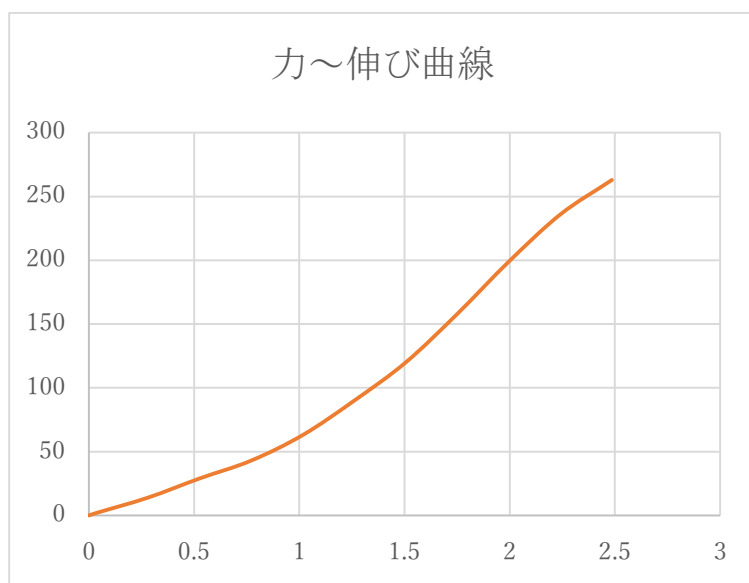


重りの個数	伸長率	真応力	真ひずみ
0(クリップなし)	1	0	0
0	1.029411765	26360.50183	0.028987537
1	1.066176471	64934.36358	0.064078857
2	1.117647059	107518.2785	0.111225635
3	1.169117647	153735.668	0.156249316
4	1.220588235	203586.5321	0.199332903
5	1.272058824	257070.8707	0.240636709
6	1.330882353	315934.1766	0.285842146
7	1.397058824	380955.0515	0.334369186
8	1.477941176	455176.6575	0.390650022
9	1.566176471	537632.1037	0.44863728
10	1.661764706	629099.9917	0.507880114
11	1.772058824	733402.0854	0.572142048
12	1.875	842187.5	0.628608659
13	2.007352941	972488.7836	0.696816909
14	2.125	1104489.76	0.753771802
15	2.272058824	1261121.012	0.820686391
16	2.419117647	1428133.62	0.883402865
17	2.566176471	1605527.584	0.942417036
18	2.742647059	1812742.502	1.008923534
19	2.882352941	2006817.88	1.058606954
20	3.022058824	2210755.546	1.105938329
21	3.161764706	2424555.5	1.151130323
22	3.264705882	2618727.567	1.183169677
23	3.338235294	2795536.308	1.205442312
24	3.426470588	2990369.932	1.231530748
25	3.492647059	3171402.459	1.250659918
26	3.536764706	3336298.085	1.263212384
27	3.573529412	3497112.413	1.273553738
28	3.602941176	3653066.841	1.281750505
29	3.639705882	3818812.313	1.291902877
30	3.647058824	3955255.899	1.293921041



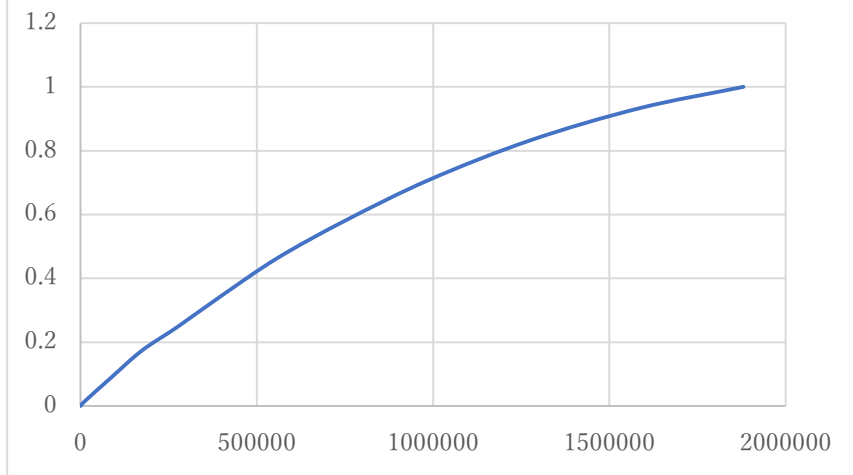
(3) ゴム③ 25.0g

重りの個数	加えた質量(g)	加えた力(N)	ゴムの長さ(mm)	ゴムの伸び(mm)	前項との差(mm)
0(クリップなし)	0	0	153	0	
0	3.7	0.03626	155	2	2
1	28.7	0.28126	167	14	12
2	53.7	0.52626	182	29	15
3	78.7	0.77126	196	43	14
4	103.7	1.01626	216	63	20
5	128.7	1.26126	243	90	27
6	153.7	1.50626	273	120	30
7	178.7	1.75126	311	158	38
8	203.7	1.99626	352	199	41
9	228.7	2.24126	389	236	37
10	253.7	2.48626	416	263	27



重りの個数	伸長率	真応力	真ひずみ
0(クリップなし)	1	0	0
0	1.013071895	10215.23552	0.012987196
1	1.091503268	85371.58208	0.087555891
2	1.189542484	174084.7129	0.173568766
3	1.281045752	274755.1019	0.247676738
4	1.411764706	398976.6407	0.344840486
5	1.588235294	557057.1877	0.462623522
6	1.784313725	747397.217	0.579033874
7	2.032679739	989919.5548	0.709354991
8	2.300653595	1277169.84	0.833193254
9	2.54248366	1584640.414	0.933141422
10	2.718954248	1879874.079	1.000247339

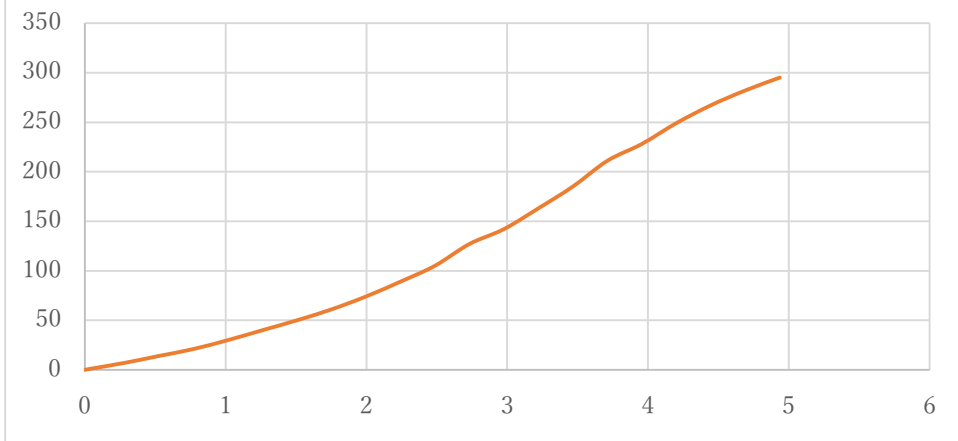
真応力～真ひずみ曲線



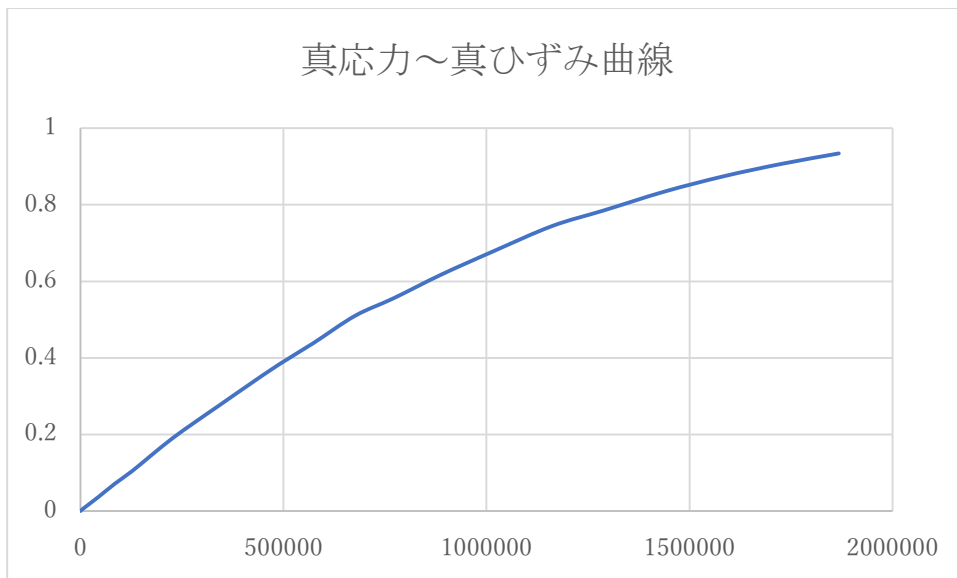
(4) ゴム④ 25.0g

重りの個数	加えた質量(g)	加えた力(N)	ゴムの長さ(mm)	ゴムの伸び(mm)	前項との差(mm)
0(クリップなし)	0	0	191	0	
0	3.7	0.03626	192	1	1
1	28.7	0.28126	198	7	6
2	53.7	0.52626	205	14	7
3	78.7	0.77126	212	21	7
4	103.7	1.01626	221	30	9
5	128.7	1.26126	231	40	10
6	153.7	1.50626	241	50	10
7	178.7	1.75126	252	61	11
8	203.7	1.99626	265	74	13
9	228.7	2.24126	280	89	15
10	253.7	2.48626	296	105	16
11	278.7	2.73126	318	127	22
12	303.7	2.97626	333	142	15
13	328.7	3.22126	354	163	21
14	353.7	3.46626	376	185	22
15	378.7	3.71126	402	211	26
16	403.7	3.95626	419	228	17
17	428.7	4.20126	440	249	21
18	453.7	4.44626	458	267	18
19	478.7	4.69126	473	282	15
20	503.7	4.93626	486	295	13

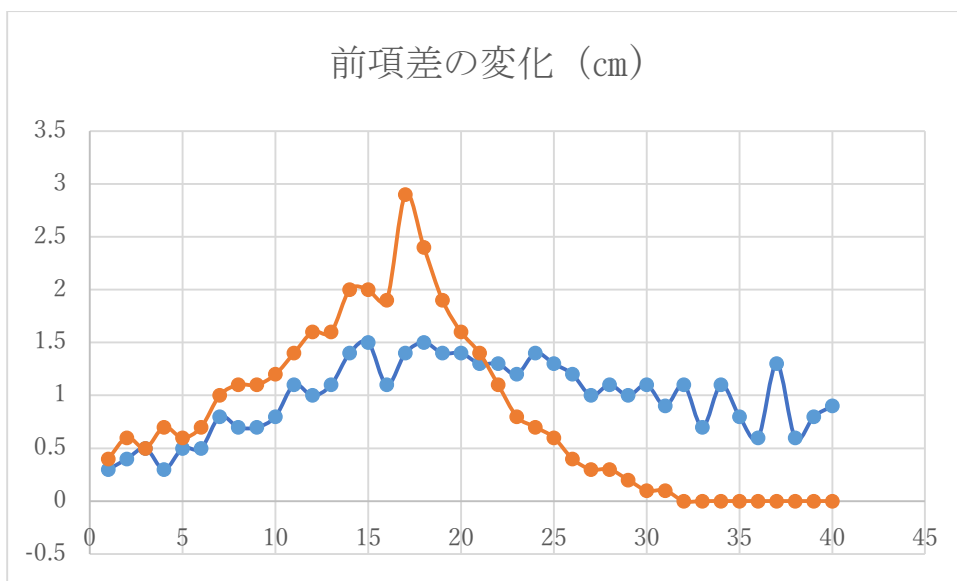
力～伸び曲線



重りの個数	伸長率	真応力	真ひずみ
0(クリップなし)	1	0	0
0	1.005235602	5419.245158	0.005221944
1	1.036649215	43349.3842	0.035993603
2	1.073298429	83977.70315	0.070736551
3	1.109947644	127275.9768	0.104312847
4	1.157068063	174826.344	0.145889273
5	1.209424084	226791.2905	0.190144282
6	1.261780105	282570.458	0.232523505
7	1.319371728	343527.0491	0.277155659
8	1.387434555	411787.1104	0.327456398
9	1.465968586	488494.9084	0.382516175
10	1.54973822	572859.3736	0.438086026
11	1.664921466	676082.8729	0.509777955
12	1.743455497	771480.3536	0.555869062
13	1.853403141	887643.9791	0.617023485
14	1.968586387	1014515.648	0.677315715
15	2.104712042	1161334.168	0.744178661
16	2.193717277	1290353.244	0.785597492
17	2.303664921	1438937.747	0.834501299
18	2.397905759	1585149.043	0.874595756
19	2.476439791	1727270.73	0.90682196
20	2.544502618	1867428.857	0.933935196



実験(2)の結果と比較すると相対的に、前項差の変化が大きくなっています。これが実験(2)と実験(3)との間で、一番の相違点だと思われます。実際に実験(2)の(例1)における前項差の変化(青)と、実験(3)の(1)における前項差の変化(橙)と同じ種類のゴムを比較してみたところ、



という結果が得られます。

3. 考察

実験結果より次に述べる2つのことがまずわかります。

①ゴムは時間経過によってその状態が変わる物質である。

ほぼほぼ常識的なことですが、少なくとも四種類のゴムに対しては、データ量としては少ないですが、この性質が成り立つとあってよいでしょう。

しかしここからさらに発展させることはできないのでここでこの事実に対する考察は終わりにします。

②一般的なゴムであれば、ゴムに加えられた力を横軸とゴムの伸びを縦軸としたときのグラフはつぶれたS字型となる。

最初の実験の目的の欄ですでに述べたことでもありますが、改めて上の実験結果より、少なくとも今回使用したゴムについては、このような関係が成り立つといえるのではないのでしょうか。

さてこれから、このS字型の謎について迫っていきたいと思います。

実験②の結果より、真応力～真ひずみ曲線も一般的なゴムであれば、種類によらず、似たような形をとることがわかります。さらに微小範囲においては、

$$(\text{真ひずみ}) / (\text{真応力}) = (\text{一定})$$

であることも分かります。つまり、その一定の何かが記述できるのであれば、そこにゴムという物質の特徴が表れていると言えます。

理論だてて考えると次のようになります。

まず前提条件として加えられた力を単位面積で割ったものである応力と、力方向の伸びをもとの長さで割ったものである縦ひずみの間には各秒ごとに比例関係が成り立ちます。(フックの法則) (根拠1)

さらに参考文献(注2)には、「ゴム材料は基本的に非圧縮性材料であり、体積変化が非常に少ない材料である。」とあります。(根拠2)

ゴムの体積をV、その断面積を S_0 、そのもとの長さを X_0 と置きます。かていとして、力Fをゴムにかけたとき、その断面積が ΔS だけ縮んでSとなり、その長さが ΔX だけ伸びてXになったとすると、根拠2より、体積変化がほぼないとみなせるので

$$V = S_0 * X_0 = S * X \quad (1)$$

とおけます。つぎは力方向の縦ひずみ ε について考えます。このとき、微小縦ひずみにはその定義より、次の関係が成り立ちます。

$$d\varepsilon = \frac{dX}{X}$$

ここで、両辺を区間 $[X_0 \rightarrow X]$ で ε で積分すると

$$\varepsilon = \int_{X_0}^X \frac{dX}{X}$$

より、

$$\varepsilon = \ln \frac{X}{X_0}$$

となります。ここで根拠1より、真応力 $\sigma \propto \varepsilon$ なので、ある一瞬の比例定数を k とおいて、

$$\sigma = \frac{F}{S} = k * \ln \frac{X}{X_0}$$

さらに(1)より

$$S = S_0 * \frac{X_0}{X}$$

なので、 $\lambda = \frac{X}{X_0}$ とおいたとき、力 F は λ を変数とする次の式で表されます。

$$F = \frac{k * S_0 * \ln \lambda}{\lambda} \quad (2)$$

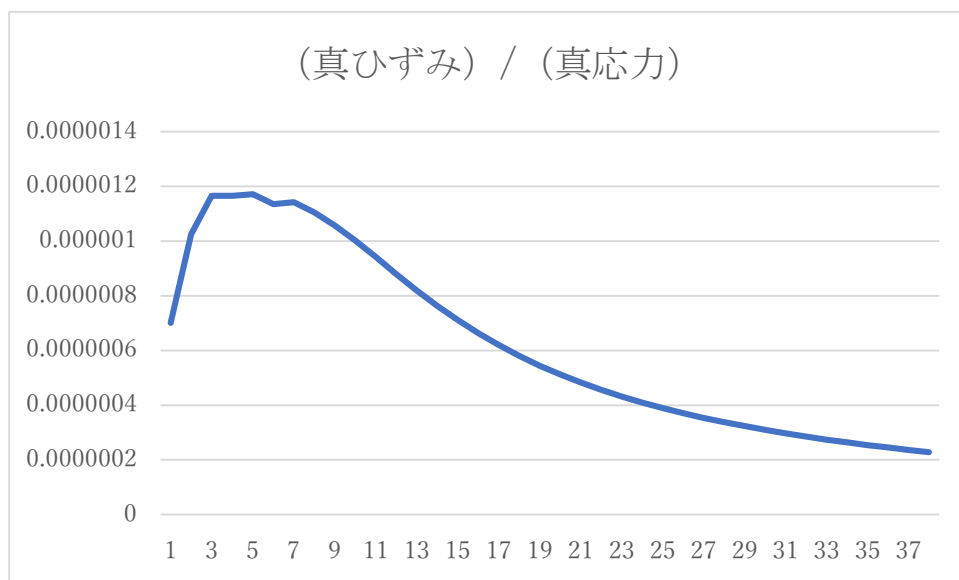
よって(2)式より、ある一瞬での

$$(\text{真ひずみ}) / (\text{真応力}) = (\text{一定})$$

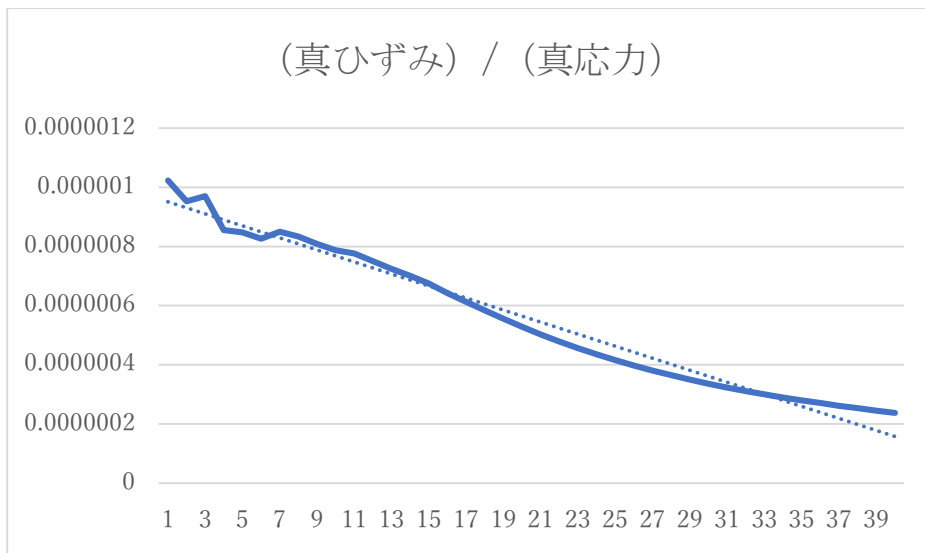
となります。

では、各実験の結果に対して、 $(\text{真ひずみ}) / (\text{真応力})$ を計算し、グラフに表してみましよう。

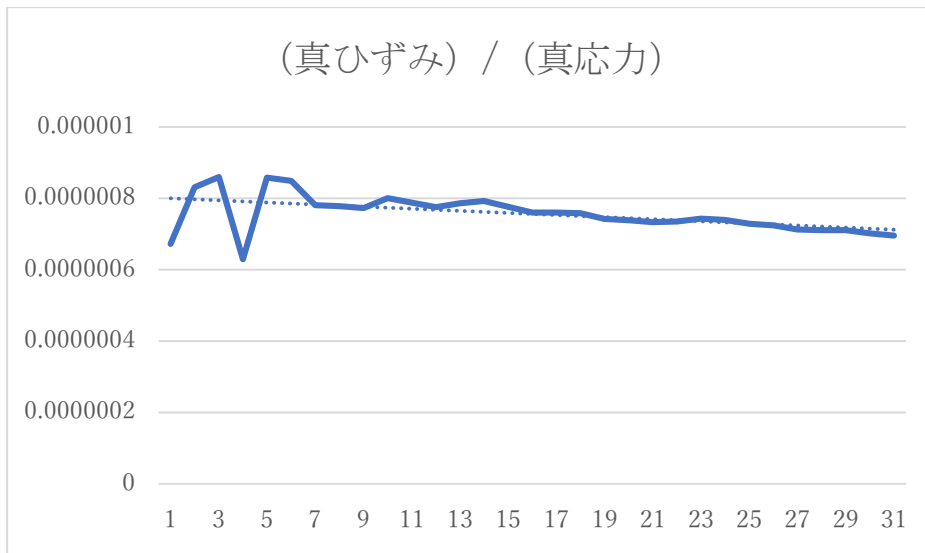
まずは予備実験の結果より



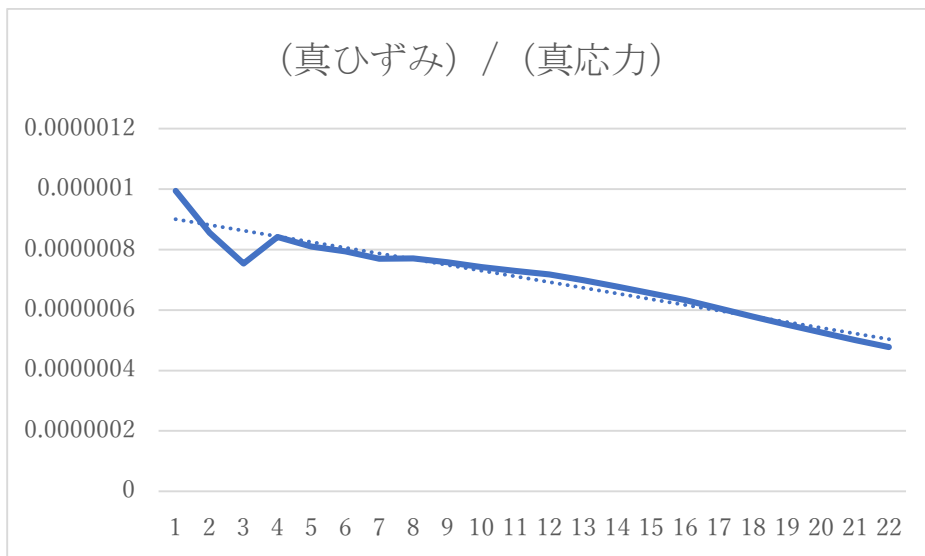
次に実験(2)の例1より



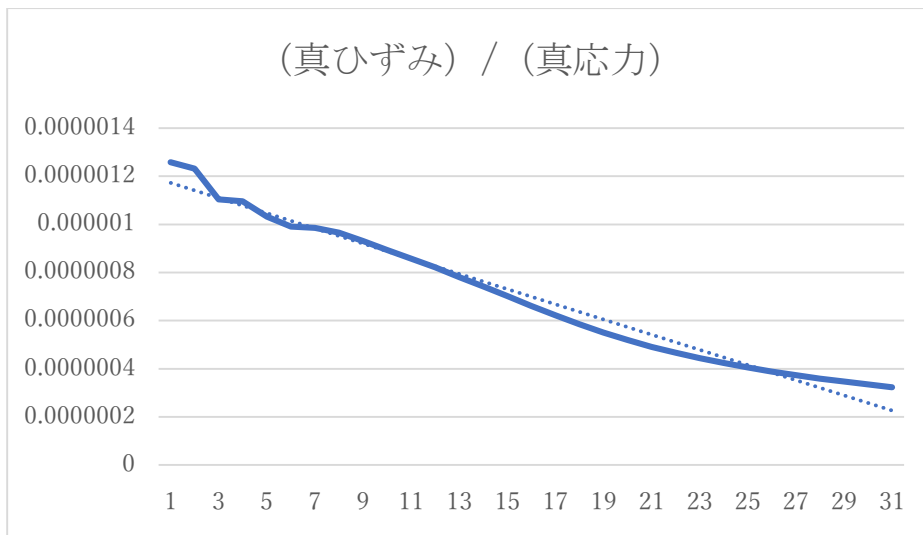
例2より



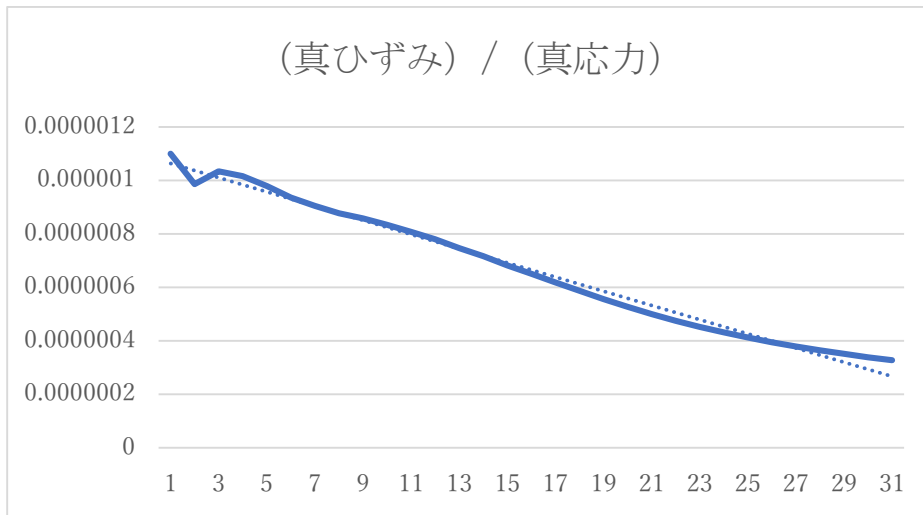
例3より



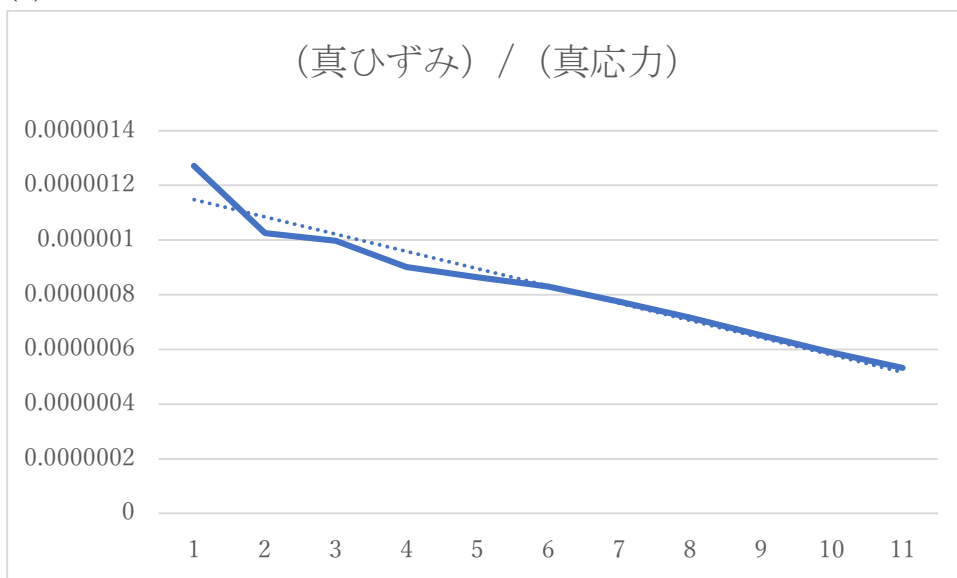
そして、実験(3)の(1)より



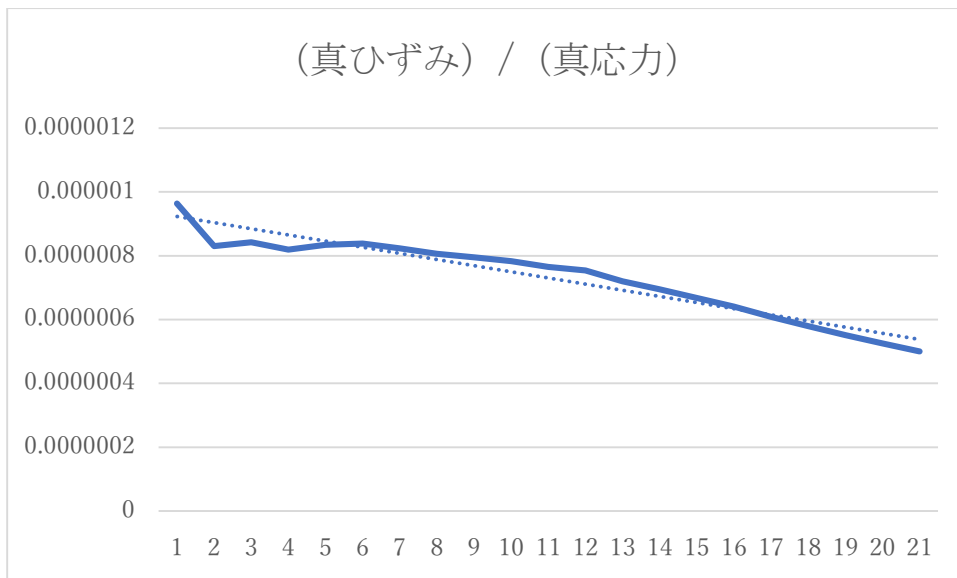
(2)より



(3)より



(4)より



これら八つのグラフの中で、一番初めのグラフのみが特殊な形となっていますが、これについては後程考察を述べます。

さて、残りのグラフを見る限り、(真ひずみ) / (真応力) は右肩下がりの直線を通るのではないのでしょうか。そしてその傾きが小さいほど、フックの法則に完全に従う弾性体と同じような挙動をとると言えるでしょう。

その点ではグラフを見る限り、ゴム③がそれに当てはまるのでは、と疑いたくなりますが、実際、実験(2)の

例2ではそもそものデータの範囲が狭いため、こういう小さな傾きになったのだろうと推察できます。この推察の裏付けとして実験(3)の(3)のグラフは他と似たような傾きを取っています。

そして実験(2)と実験(3)の違いとしては、真応力がゼロにこのデータの中で一番近づいたときグラフのとり値の大きさの違いが挙げられると思われれます。その値の比較的、大きな方が、実験(3)のグラフとなっていることは一目瞭然です。

この違いは実際、二章の最後に挙げた、実験(2)と実験(3)の違いをうまく説明します。但しこれは計測間隔の違いによるものかもしれません。しかし、実験(1)の結果より、その可能性はあまり考えれないと思います。

残念ながら、今の私では、どうしてこのようなグラフを取るのかを理論を用いて、説明することができません。しかし、あのいびつなS形曲線(力~伸び曲線)との対応で考えると、一番初めのグラフが最も適したグラフだと分かります。

私が知っているグラフの中で初めのグラフにもっとも似ている関数には、

$$\frac{\log x}{x} \quad (x \geq 1)$$

があります。もしかするとこの形をベースとした関数なのかもしれません。

4、結論

輪ゴムの伸びは、荷重、および、時間の二つの要素が少なくとも関わっている。
輪ゴムの伸びの傾きは、ある点を越えた後からは、比較的、線型的に減少していく。
つまり、ある程度の荷重をすでにかけている輪ゴムの動きは、
(真ひずみ) / (真応力) のグラフの傾きを用いて、疑似的に記述可能である。

5、参考資料

注1 : <http://www.eng.u-hyogo.ac.jp/msc/msc12/HIT/html/tests/stress-strain.html>

注2 : http://www.4menshin.net/report/b_vol5/vol5_2.html

注3 : <http://www.cybernet.co.jp/ansys/case/lesson/012.html>

6、謝辞

共同実験者である 君、 君、 君はもちろんのこと、物理実験室を開放し
てくださり、なおかつ貴重な助言をくださった 教諭、 教諭、 教諭、お
よび、同時期に実験を行っていて意見交換を何度か行った 君、そして、陰なが
ら見守ってくれた家族に感謝の意を示します。