

1. 実験の目的

1.1. 目的

水槽でより大きな物体を落とすとより速く落ちるように感じる。そこで、物体が大きくなると終端速度も大きくなるのではないかとという仮説を立てた。また、同じ大きさの物体でも樹脂と金属を落とすのでは金属のほうが速く落ちる。そこで、密度が大きいほうが終端速度も大きくなるのではないかとという仮説を立てた。

2. 実験の仮説

2.1. 仮説

まず、球形の物体が落下する場合を考える。この時、球に働く力は、重力・浮力・水による抵抗力である。これらの力は図1のように表すことができる。また、それぞれの物理量を表1のように置く。



Newton の運動方程式より、

$$m\dot{v} = mg - \rho_w Vg - D \quad \text{---①}$$

ここで、 $m = \frac{1}{6}\pi\rho_s d^3$, $V = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{m}{\rho_s}$ であるから①より、

$$\dot{v} = g\left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_s}\right) - \frac{6D}{\pi\rho_s d^3}$$

ここで[1]p. 426 より $D = \frac{1}{8}C_D\rho_w\pi d^2 v^2$ C_D :抗力係数

と表せる。また、 $\frac{\rho_w}{\rho_s} = \gamma$ とおくと、

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= g(1 - \gamma) - \frac{3C_D}{4d}\gamma v^2 \\ &= \frac{3C_D}{4d}\gamma \left(\frac{4d(1 - \gamma)g}{3C_D\gamma} - v^2 \right) \end{aligned}$$

終端速度 v_f は $\dot{v}=0$ となるときの v であるから、

$$v_f^2 = \frac{4d(1 - \gamma)g}{3C_D\gamma}$$

となる。

ここで、 $\frac{4d(1 - \gamma)g}{3C_D\gamma} = A$ とおいて両辺の対数をとると、

$$\log v_f = \frac{1}{2}(\log d + \log A)$$

となるので、 A が d に依らないならばこのグラフは傾き $1/2$ の直線を示すと考えられる。同様にして、

$\frac{4dg}{3C_D} = B$, $\frac{(1 - \gamma)}{\gamma} = \Gamma$ とおき、両辺の対数をとると、

$$\log v_f = \frac{1}{2}(\log \Gamma + \log B)$$

となるので、 B が Γ に依らないならばこのグラフは傾き $1/2$ の直線を示すと考えられる。

3. 実験方法

3.1. 準備物

- ・デジタルビデオカメラ (Panasonic HC-WX995M)
- ・塩ビ管 太(長さ 1m 内径 45.9mm 外径 50.0mm)
- ・塩ビ管 細(長さ 1m 内径 25.9mm 外径 30.0mm)
- ・メジャー ・スタンド ・糸振り子 ・ゴム栓
- ・台(ビデオカメラを置くのに使用した)
- ・電子天秤
- ・鋼球(直径 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10mm)
- ・ナイロン球(直径 5mm) ・ジュラコン球(直径 5mm)
- ・テフロン球(直径 5mm) ・アルミナ球(直径 5 mm)
- ・スチール球(直径 1, 2, 15, 20mm)
- ・真鍮球(直径 2, 20, 30mm)
- ・アルミニウム球(直径 20, 30mm)
- ・銅球(直径 20mm)





3.2. 方法

まず、塩ビ管にゴム栓をして水を入れた。次に図 2 のように塩ビ管をスタンドで固定した。この時、糸振り子を用いて塩ビ管が鉛直方向を向いているかを確認めた。デジタルビデオカメラは図 2 のように写る位置ができるだけ下になるように調整した。また、スタンドからメジャーを鉛直方向を向くように注意して吊り下げた。

実験は、物体を一旦すべて水に入れた状態から固定を取り除き、物体を落下させて行った。

計測は、デジタルビデオカメラで録画した動画を Microsoft 社のソフトウェア Windows Media Player でコマ送りにして静止画に変換した後、メジャーの目盛りを読み取って行った。また、デジタルカメラで撮影した動画は 29.97 フレーム/秒であった。

さらに、電子天秤を用いて物体の密度を求めた。

また、実験時の水温は 25℃であった。



図 2

4. 実験結果

4.1. 結果

静止画を一枚ずつ確認することでその大きさと密度において終端速度に達していることを確認したうえでデータの集積を行った。

塩ビ管(太)での結果は表 2, 3 の通り。ただし、有効数字は 3 桁である。

塩ビ管(細)での結果は表 4, 5 の通り。ただし、有効数字は 3 桁である。

また、水の密度、粘性係数は[2]を参照した。

5. 考察

5.1. レイノルズ数について

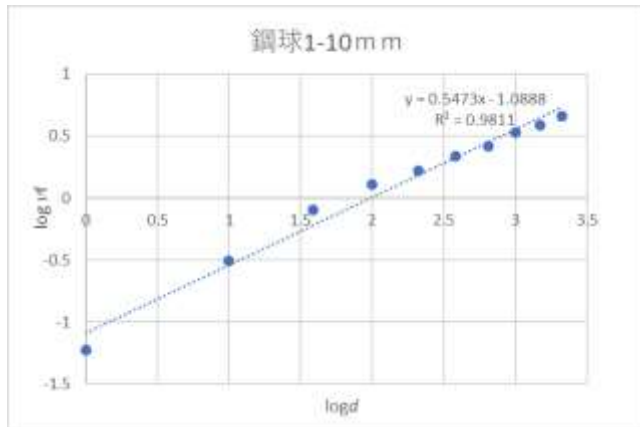
粘性力に対する慣性力の比をレイノルズ数と呼び、
終端速度に達した球体では、

$$Re = \frac{d v_f}{\mu}$$

と表される。但し、 μ は流体の粘性係数。この値は
抗力係数 C_D と相関があることが知られている
([1]p. 433)。

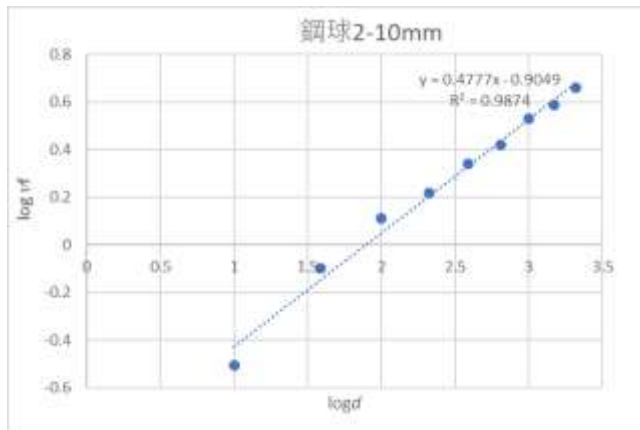
5.2. 直径と終端速度の関係について1

鋼球 1-10mm について、直径と終端速度の両対数グラフは次の通り。



グラフ 1

これは仮説で立てた直線の傾きが 1/2 とは差が見られた。次に、鋼球 2-10mm について同様のグラフを次に示す。

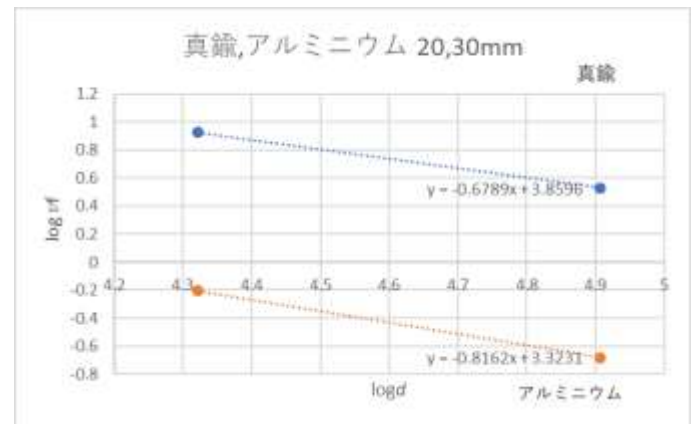


グラフ 2

先のグラフよりも直線の傾きが 1/2 に近づいている。
ここで、表 3 のレイノルズ数の項を見ると、1mm は
480 であり、2-10mm は 10^3 - 2×10^5 である。これは
[1]p. 433 の抗力係数が一定であるとみなせる
 $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ の内であり、終端速度の二乗が直径
に比例するのではないかという仮説はこの範囲で実
証された。したがって、終端速度の二乗が直径に比
例するのは限られた範囲であるということがわかる。

5.3. 直径と終端速度の関係について2

塩ビ管(太)で行ったアルミニウム球、真鍮球
30, 20mm の実験についてのグラフは次の通り。

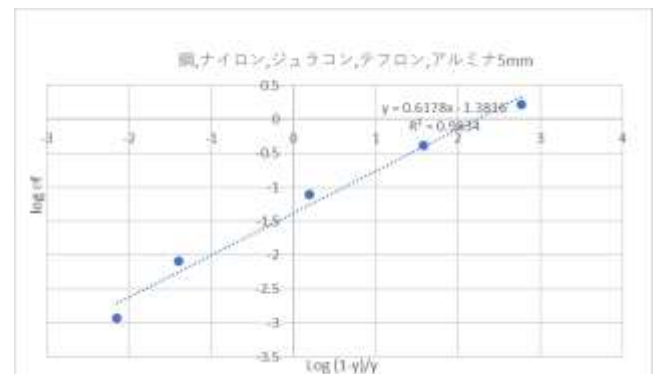


グラフ 3

これより、塩ビ管の内径と球体の直径との比と終端
速度が関係しているのではないかという仮説が生ま
れた。塩ビ管の内径と球体の直径との比と終端速度
の関係については 5. 6. で考察する。

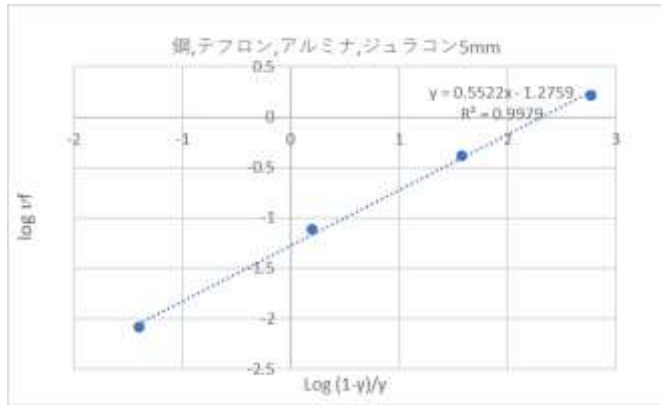
5.4. 密度と終端速度の関係について1

鋼球, ナイロン, ジュラコン, テフロン, アルミナ 5mm
について、 Γ と終端速度の両対数グラフは次の通り。



グラフ 4

5. 2. と同様に直線の傾きに 1/2 から差があるという
結果が得られた。そこで、同様にレイノルズ数が
 10^3 より小さいナイロンを除いたグラフを次に示
す。

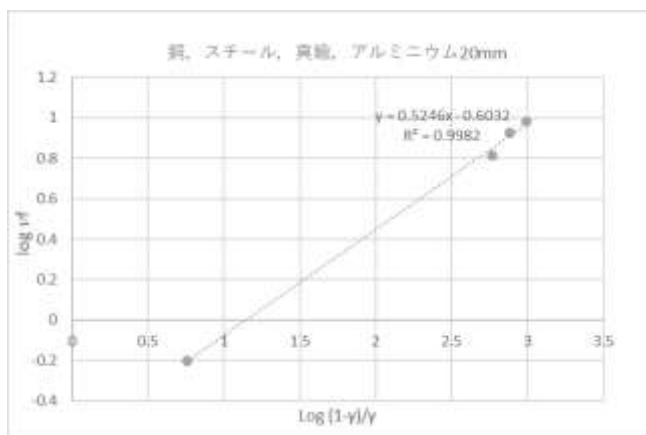


グラフ 5

これは先のグラフよりも直線の傾きが 1/2 に近づいている。したがって、終端速度の二乗が Γ に比例するのは 5.2. と同様の限られた範囲があることが分かった。

5.5. 密度と終端速度の関係について

スチール, アルミニウム, 真鍮, 銅球 20mm について,
 Γ と終端速度の両対数グラフは次の通り。

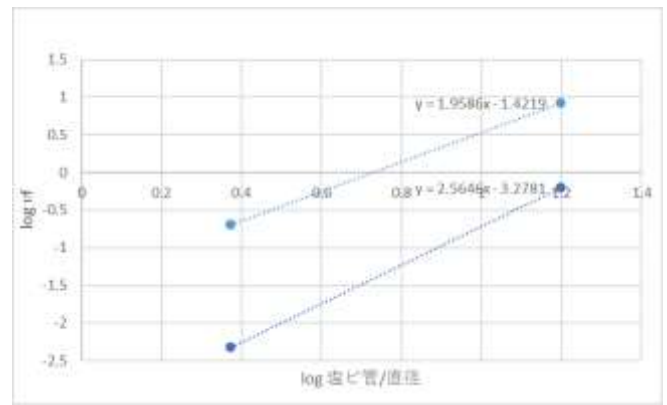


グラフ 6

これら 4 つのレイノルズ数はすべて抗力係数が一定とみなせる範囲に入っているので仮説通りの結果を得られたと考えられる。

5.6. 塩ビ管の内径と球体の直径との比と終端速度の関係について

真鍮, アルミニウム球 20mm について塩ビ管(太・細)で実験したデータについて, 「塩ビ管の内径/球体の直径」と終端速度の両対数グラフは次の通り。(上が真鍮, 下がアルミニウムのグラフである。)



グラフ 7

このグラフより, 「塩ビ管の内径/球体の直径」の約二乗が終端速度に比例すると予想できる。しかし, 5.2. の結果で仮説通りの結果が得られたことから, 「塩ビ管の内径/球体の直径」がある程度大きい時, これによる影響は無視できると考えられる。

6. 結論

仮説はレイノルズ数がある一定の範囲でのみ成り立つことが確認された。また, この実験の場合, 「塩ビ管の内径/球体の直径」がある程度大きくなると終端速度に関係し, 「塩ビ管の内径/球体の直径」の約二乗が終端速度に比例すると予想できた。

7. 参考文献

- [1] 西海孝夫 一柳隆義, 演習で学ぶ「流体の力学」入門, 秀和システム, 2018
- [2] 純水の粘度、動粘度および密度, <https://www.as-1.co.jp/academy/24/24-2.html>, アズワン, 2019/6/14

8. 謝辞

遅くまで実験室を使わせてくださった 先生。一緒に実験を行ってくれた 君, 君。その他協力していただいた方々に心から感謝いたします。ありがとうございました。