

三重振り子の軌道について

県立神戸高等学校総合理学科 山本 武 大戸 由己 椿野 泰生 藤原 歩 吉田 智昭

1 目的

三重振り子は、理想状態では動き続けるが、現実では必ず止まってしまう。この違いは、摩擦力や空気抵抗などで発生するが、どのように違いが起こるのか、運動方程式を立て実物の振り子の動きと比較することでその仕組みを突き止める。

2 成果

過去の論文などを参考に、三重振り子の運動方程式を完成させた。また、実物の三重振り子の動きを、録画し、軌道の追跡を行った。

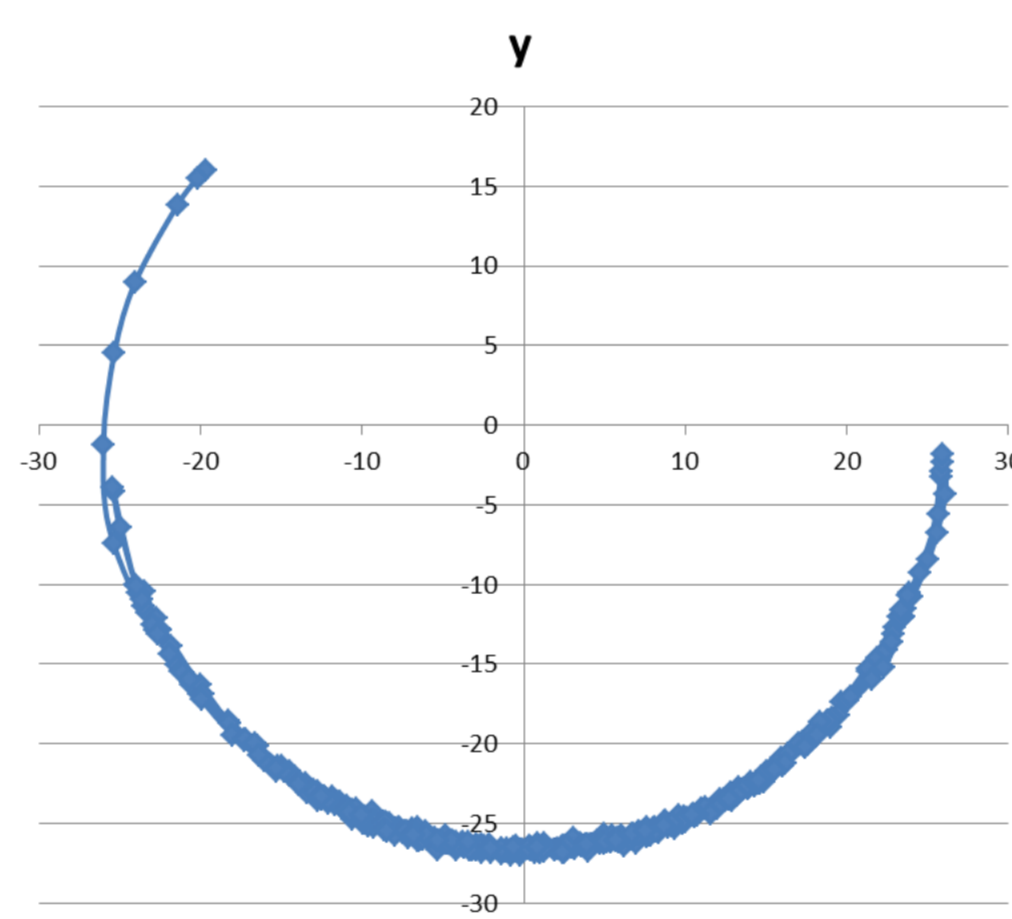
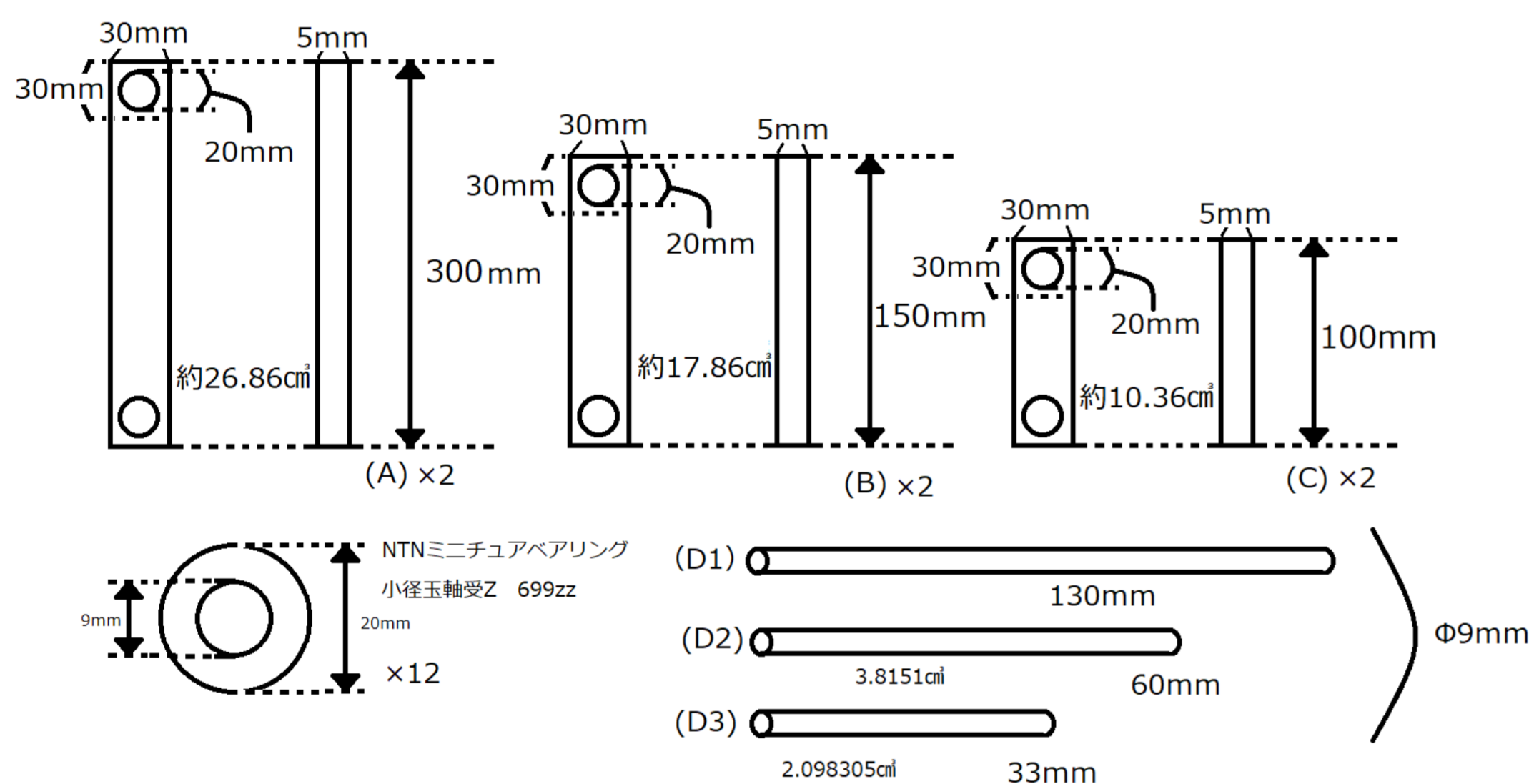
3 運動方程式

別紙のように、微分法、オイラー・ラグランジュ方程式を用いることによって算出できる。

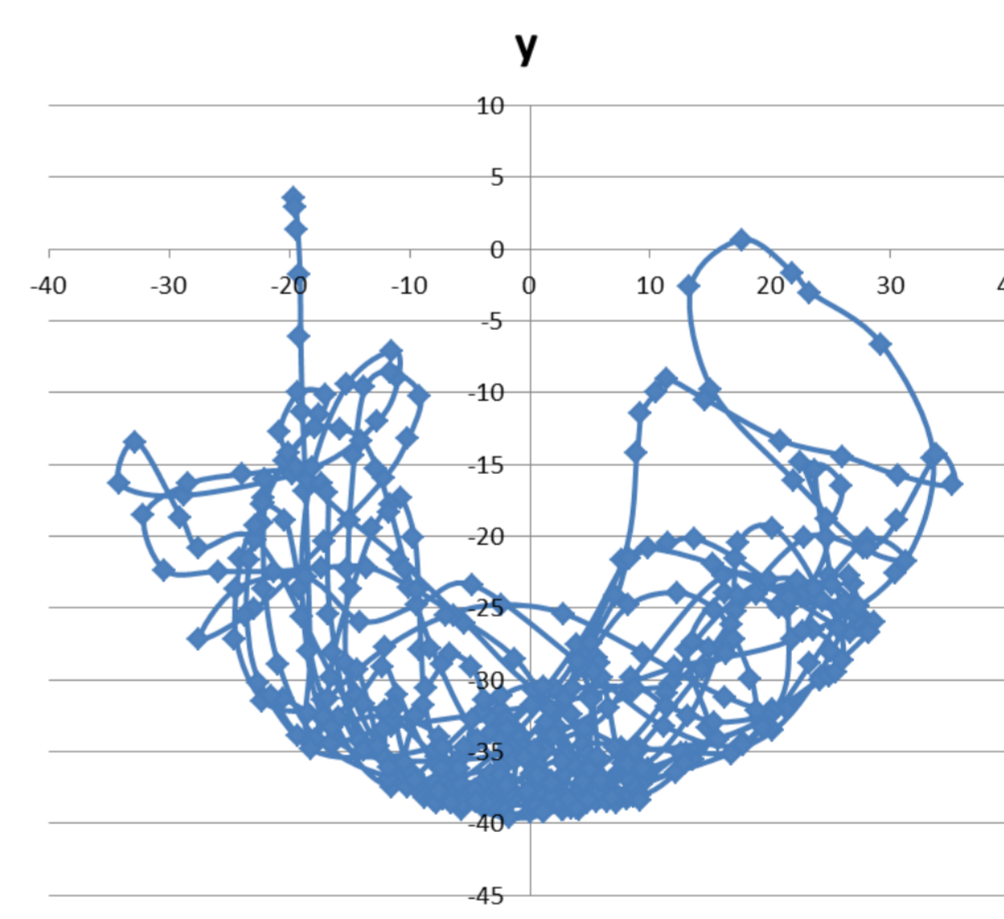
$$\begin{cases} \frac{1}{2}l_3\dot{\omega}_3m_3 + l_2m_3(\dot{\omega}_2 \cos \Delta_2 + \dot{\omega}_2^2 \sin \Delta_2) + l_1m_3(\dot{\omega}_1 \cos \Delta_3 + \dot{\omega}_1^2 \sin \Delta_3) + m_3g \sin \theta_3 = 0 \\ \frac{1}{2}l_1\dot{\omega}_2(m_2 + 4m_3) + l_1(m_2 + 2m_3)(\dot{\omega}_1 \cos \Delta_1 - \dot{\omega}_1^2 \sin \Delta_1) + (m_2 + 2m_3)g \sin \theta_2 = 0 \\ \frac{1}{2}l_1\dot{\omega}_2(m_1 + 4m_2 + 4m_3) + l_1(m_2 + 2m_3)(\dot{\omega}_2 \cos \Delta_1 + \dot{\omega}_2^2 \sin \Delta_1) + l_3m_3(\dot{\omega}_3 \cos \Delta_3 - \dot{\omega}_3^2 \sin \Delta_3) \\ + (m_1 + 2m_2 + m_3)g \sin \theta_1 = 0 \end{cases}$$

4 実験

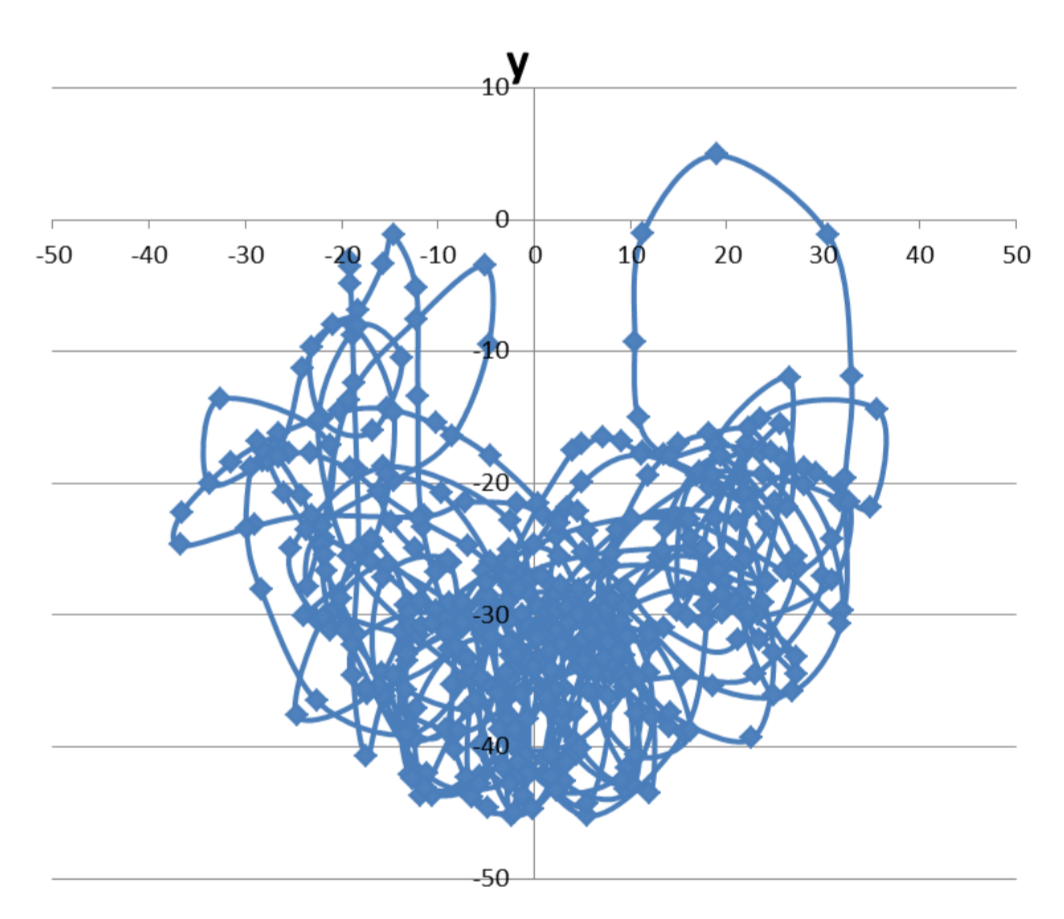
・初期状態を動きがはつきりと出やすいおよそ135°に設定し、静かにおもりを離すことで三重振り子のその後の動きをビデオカメラで撮影した。



グラフ1



グラフ2



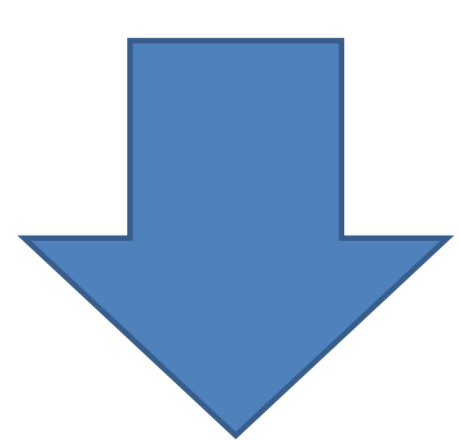
グラフ3

5 軌道追跡

撮影した約60個の動画の、振り子1、振り子2、振り子3のそれぞれの先端の軌跡をkinoveaというソフトで1秒間30枚、15秒間追跡し、ソフトの機能を用いて、xyの座標に変換し、それをエクセルを用いて座標から図に定義された通りの θ_1 、 θ_2 、 θ_3 を導出した。

6 結果と考察

追跡し、導出した角度を分析



類似した変化をするデータを複数確認

AIを用いてクラスタリングし、パターンごとに分類(現在)



パターンごとに動きを変えた要因のピックアップ



写真1

7 今後の展望

AIのクラスタリングも含め実物の振り子の動きをさらに追及し、運動方程式との比較を行い、また摩擦や空気抵抗も考慮して計算することで、より正確なシミュレーションを完成させたい。

8 参考文献

龍谷大学 理工学部

https://www.math.ryukoku.ac.jp/~tsutomu/undergraduate/2014/14_hayakawa_pa.pdf 11/4