有効数字について（教科書総合物理１P244 参照）

以下、HP「高校物理の備忘録」より

有効数字の考え方

物理では，ある物理量を測定し，その測定量を他の測定量と組合せて別の量を計算することが頻繁に行われる． 例えば,

- 二つの物体の質量をそれぞれ測定したあと， 二つの物体をくっつけた場合の質量を計算で求める．
- 直方体の縦・横・高さの三つを測定したあとで，縦×横×高さで体積を計算で求める

などが頻繁にあるだろう．

そこで， 最小の目盛り間隔の 1/10 程度までを有効として読み取り， それよりも一つ小さな位を四捨五入したと考えることが一般的である．ただし，読み取った値のうち，どの桁までを有効とするのかは，アナログやデジタル，測定器の目盛り間隔など，実際に測定に用いる器具によって異なってくるので，その都度適した値まで読み取る必要があることを頭に留めておいて欲しい．

続いて，有効数字の桁数(有効桁数)というものを紹介する．

ある直方体の縦・横・高さを別々に測定した結果， 縦 12.3 cm ， 横 4.5 cm ， 高さ 6 cm と報告してきたとしよう．

このとき， 測定値の有効な数字の数を有効数字の桁数といい， 縦(12.3 cm)の有効数字の桁数は 3 桁，縦(4.5 cm)の有効数字の桁数は 2 桁，高さ(6 cm)の有効数字の桁数は 1 桁であるという．

また， 有効数字の桁数が 3 桁の 12.3 cm は約 12.25 cm から約 12.35 cm 程度の 4 桁の数字から算出されたであろう値で末位は信頼出来ない数字であったということを意味する．

位取りのゼロ

測定値が 0.030 cm の有効数字の桁数について考える場合， 0.0 は 3 という意味のある数字を表すまでの桁合わせに必要というだけの意味しかなく，位取りのゼロという．

有効数字の計算ルールでは位取りのゼロは有効数字の桁数には含めない．

したがって， 意味のある数字 3 より低い位の数， 30 のみが有効なのであって， 測定値 0.030 cm の有効数字の桁数は 2 桁ということになる．

有効数字の明示的記法(科学的記法)

有効数字の桁数がわかっている有効数字は，次に示すような形で統一して書くことにしよう．

ルールは，以下のとおりである．

1. 数は一の位から書き始める．
2. 有効数字の数と同じ桁数を持つ小数を書く．
3. 10 のベキ乗を用いて数の大きさを調整する．

このようなルールに則った記法を科学的記法という．

基本的には上で述べたルールで有効数字を明示できるのだが， 10 の指数部が ±1 程度の数の場合にはわざわざ上で述べた形に統一しないことも多い． 例えば，12=1.2×101 や 0.2=2×10−1 といった具合である．この辺りは個人の裁量によるところであるが，本稿では科学的記法の基本に沿った書き方をすることにする．

以下に科学的記法を用いて数値を書き表す具体例を示しておく。

(1)1234→ 1.234×1030.02→ 2×10−20.340→ 3.40×10−10.080 kg=80 g→ 8.0×10 g

---

科学的記法を用いることの恩恵について少しだけ触れておこう.

例えば,「測定値が 300 でした」と報告されたときは注意してほしい. というのも, この 300 は科学的記法に則って書かれていないため,測定値の実際の有効桁数が何桁なのかは測定者以外にはよくわからなくなってしまうのである.

そこで,300 という数字の有効桁数が 2 桁だとわかっているならば科学的記法を用いて 300 → 3.0×10^2 として人に報告することで上記のような誤解は生じにくくなる.

測定値同士の四則演算

測定値同士の和差計算

測定値同士の和差計算では,有効数字の末位の最も高い位のものに合わせる.
測定値 A=1.23 cm と測定値 B=4.5 cm が得られたとする. A は有効数字の末位が小数第二位,B は有効数字の末位が小数第一位であるので, 有効数字の末位が大きいのは B である. したがって計算結果の有効数字は有効数字の末位が小数第一位になるよう,小数第二位を四捨五入する.

1.23+4.5=5.73→5.7

以下に幾つかの具体例を示しておく.
(2)23.2+1=24.2→ 24　　0.444-0.05=0.394→ 0.39　　8.6+3.4=12.0　　3.01-3.00=0.01→ 1×10^{-2}

特に,具体例の 4 つめの式のように有効数字の桁数が 3 桁の二つの数から有効数字 1 桁の数が生じる例は桁落ちと言われ, コンピュータの計算などでも問題になる注意すべき例である. また,3 つめの式のように有効数字の桁数が 2 桁の二つの数から有効数字 3 桁の数が生じることもある. このように,有効数字の和差計算では有効数字の桁数が増減する可能性がある.

測定値同士の乗除計算

測定値同士の乗除計算では,計算結果を有効数字の桁数の最も少ないものに合わせる.
測定値 A=1.1 cm と測定値 B=3.45 cm が得られたとする. A は有効数字の桁数が 2 桁,B は有効数字の桁数が 3 桁であるので, 有効数字の桁数が少ないのは A である. したがって計算結果の数字 1.1×3.45=3.795 は有効数字の桁数が 2 桁にあわせるように上から 3 桁目の数 9 を四捨五入して 3.8 とする.

以下に幾つかの具体例を示しておく.
(3)1÷3.0=0.33…→ 0.3=3×10^{-1}　　1.5×300=450→ 4.5×10^2

測定値同士の計算方法

測定値の中で信頼できる数字の桁数を有効数字の桁数という.

測定値同士の和差計算 :計算結果を有効数字の末位の最も高い位のものに合わせる.
測定値同士の乗除計算 :計算結果を有効数字の桁数の最も少ないものに合わせる.

参考 ;「物理の備忘録」より

例題　「物体（直方体ガラス）の物理量を測定し、物体の<u>正確な</u>密度を求める。」について

１　全般に

・「正確に」とはどういうことなのか。そもそも、測定は道具、測定者の力量などにより誤差を含むものである。それを理解した上で測定・計算を行うべきである。そこに、有効数字の意味がある。

２　質量について

・例えば、電子天秤を使用したとしよう。精密なものであれば細かい測定ができるが、その際には「風」「振動」などの影響を小さくするための技量、工夫が求められる。10 分の 1 グラムまで測定できたとして、誤差の範囲として 0.1 グラム未満にはなったと考えてよい。

〈例〉測定値；115.4ｇ→　115.35ｇ～115.44ｇに真の値がある。∴115.4 の 4 には意味がある。

３　計算について

〈例 1〉質量 115.4ｇ、体積 36.7㎝³が得られたとする。上記の通り質量の「4」と体積の「7」には意味があるとする。この二つの値による計算は 115.4÷36.7＝3.1444141…となる。
ここで、密度は、

最大で 115.44 ÷ 36.65 ＝ 3.1497953…、最小で 115.35 ÷ 36.74 ＝ 3.1396298…

であるから、密度の値の小数第４位以降は全く意味がない。3.149 と 3.139 の中央値として、はじめの計算値 3.144 の小数第３位を四捨五入した 3.14 が意味のある数値となる。教科書にある通り、**「有効数字同士の乗除では、最も少ない有効数字の桁数にあわせる」**のが普通である。

〈例 2〉ある物体の長さを 2 つに分けて測定したとしよう。その結果、113.4 ㎜と 69.7㎜ であったとする。物体の長さは、この和を計算すると、113.4＋69.7＝183.1㎜ となる。ここで誤差を考慮すると、実際の物体の長さは、

最短で 113.35＋69.65＝183.00㎜、最長で 113.44＋69.74＝183.18㎜

で、その中央値は 183.09㎜ であるから、初めの計算値 183.1㎜ が意味のある値、と考えてよい。教科書にある通り、**「有効数字同士の加減では、測定値の末位が最も高い位のものにあわせる」**のが普通である。